Représentation et classification des signaux

Classification des signaux

Il existe de nombreux types de signaux et il importe d'introduire quelques propriétés permettant d'en faire une classification à partir de leur caractéristique :

- morphologique (à temps continu/à temps discret)
- dans le domaine fréquentiel (spectre borné/infini)
- énergétique (énergie bornée ou finie/infinie)
- dans le domaine temporel (déterministe/aléatoire)

Signaux déterministes / aléatoires

- Un signal déterministe
  - est un signal dont l'évolution en fonction du temps peut être parfaitement prédite par une fonction mathématique

    Exemples : signaux test : impulsion, échelon, sinusoïde, …

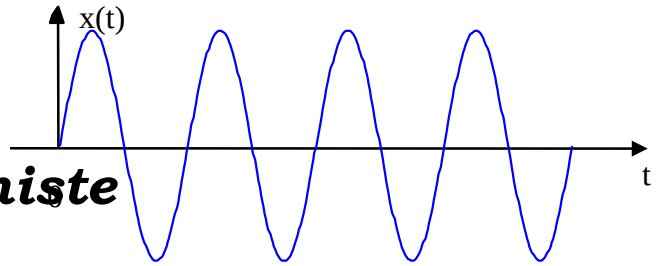
- Un signal aléatoire
  - est un signal ayant un caractère non reproductible dont l'évolution au cours du temps ne peut être décrite par une fonction mathématique simple. Leur comportement temporel semble être le fruit du hasard. On le décrit à l'aide de propriétés statistiques

    Exemples : la plupart des signaux réels

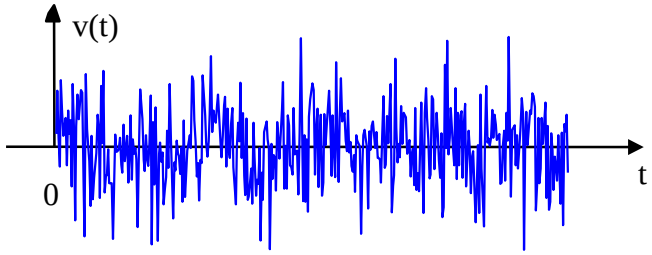
Signaux réels porteur d'informations

- peuvent souvent être modélisés sous la forme suivante :

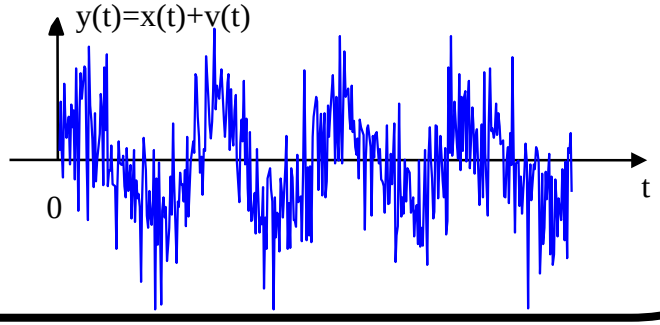
un signal déterministe



+ ***un signal aléatoire***



= ***signal physique***



Signaux aléatoires

-

Introduction à la notion de corrélation

Signaux aléatoires et corrélation

- Signaux aléatoires
  - Intérêt dans le domaine des Télécoms et Réseaux
  - Rappels de notions de probabilité
  - Caractérisation non paramétrique
    - Fonction de répartition
    - Loi de probabilité
    - Quelques lois de probabilité
      - loi de probabilité uniforme ou équiprobable
      - loi de probabilité gaussienne ou normale
  - Caractérisation paramétrique
    - Moyenne
    - Moyenne quadratique
    - Ecart-type (variance)

Signaux aléatoires et corrélation

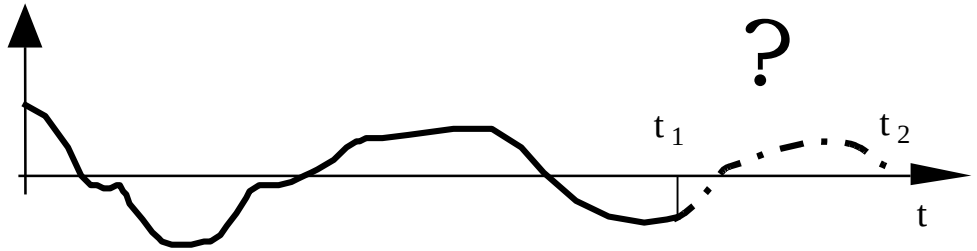
- Le bruit
  - Bruit blanc
  - Bruit coloré
  - Bruit de grenaille
  - Bruit thermique
  - Rapport Signal sur Bruit
- Introduction à la notion de corrélation
  - Fonctions de corrélation (auto et inter-corrélation)
  - Détection d'un signal périodique noyé dans du bruit par auto-corrélation
  - Puissance et énergie des signaux
  - Corrélation et densité spectrale

Importance des signaux aléatoires dans l'étude des systèmes de télécoms et réseaux

- Provient des deux observations suivantes :
  - les bruits perturbant un signal porteur d'informations ont très souvent, voire tout le temps, un caractère aléatoire
  - l'information contenue dans le signal transmis par un système de télécommunications ou réseaux n'est pas connue à l'avance du récepteur. Par conséquent, vu du récepteur, ce signal est aléatoire

Notions de probabilité

- Contrairement au cas des signaux déterministes, la connaissance de la valeur du signal aléatoire à un instant ne permet pas de prévoir sa valeur à un instant ultérieur. Il faut donc décrire l'évolution du signal *en moyenne* et pour cela, nous utiliserons la notion de probabilité.



- Situation identique à celle qui se présente lorsque nous jetons un dé. Le résultat d'un lancer ne nous permet pas de prédire le résultat d'un lancer suivant. Mais on sait qu'en moyenne on a une chance sur six d'obtenir le chiffre 6, soit une probabilité P=1/6 d'obtenir ce résultat.

Notions de probabilité

- Supposons que A : l'ensemble des événements désirés (obtenir 6 par exemple) se produise m fois lors de n expériences identiques et indépendantes (le résultat d'un essai n'influe pas sur les suivants),
  on définit la probabilité de réalisation de A par :

$$P(A) = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{m}{n} \right)$$

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad \text{si} \quad n \quad \text{fini}$$

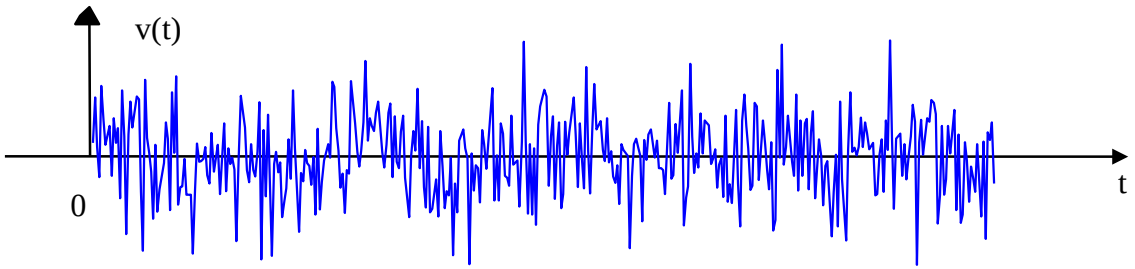
- <u>Remarques</u> :
  - $0 \leq P(A) \leq 1$
  - $P(A)=0$ L'événement n'a aucune chance de se réaliser
  - $P(A)=1$ L'événement est certain

Hypothèses de travail

- Stationnarité :
  - Un signal aléatoire **stationnaire** a, entre autres, sa valeur moyenne temporelle indépendante de l'origine des temps, c'est à dire que les résultats de l'analyse statistique restent les mêmes quelle que soit la durée d'observation du signal (dé : résultats indépendants du jour d'essai)
- Ergodicité :
  - Un signal aléatoire stationnaire est **ergodique** s'il est identique de faire une moyenne statistique à un instant donné sur différents essais ou de faire une moyenne temporelle suffisamment longue sur un seul de ces essais (dé : pas besoin de prendre une infinité de dés !)
- Signaux considérés dans ce cours :
  - Signaux aléatoires stationnaires et ergodiques

Caractérisation des signaux aléatoires

- Concrètement, comment caractériser un signal aléatoire ?

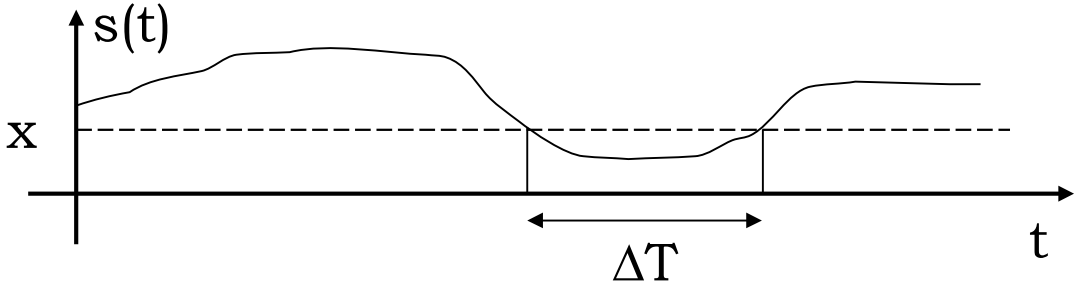


  - *Caractérisation non paramétrique*
    - Fonction de répartition
    - Loi de probabilité

  - *Caractérisation paramétrique*
    - Moyenne
    - Moyenne quadratique
    - Ecart-type (variance)

Caractérisation non paramétrique : Fonction de répartition

- On peut définir, pour un signal s(t), la probabilité que l'on a d'observer une amplitude *S* du signal s(t) inférieure à une valeur x de référence.



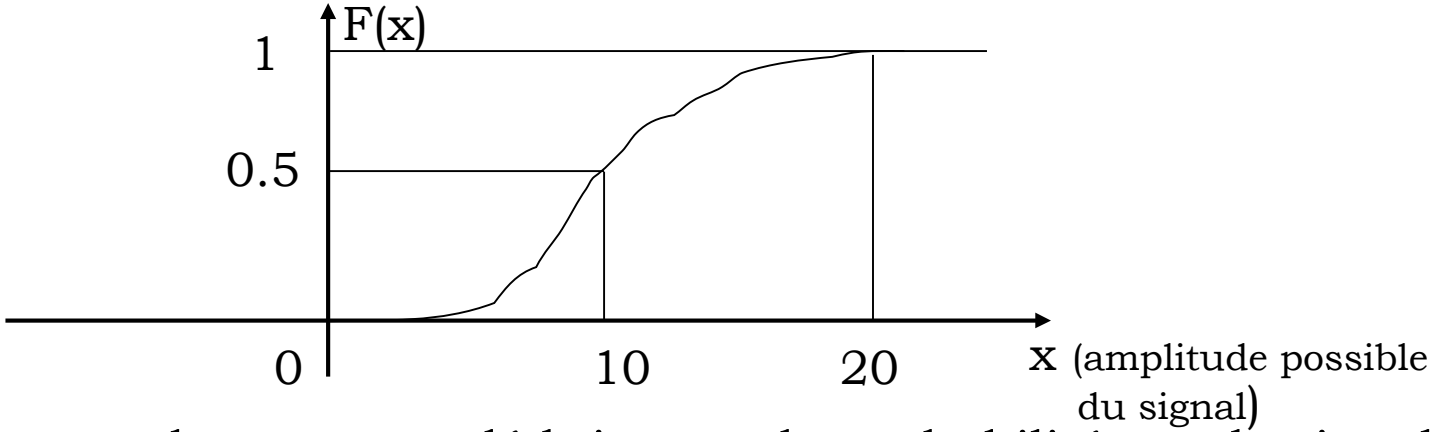
- Notons P(S<x) cette probabilité.

  Si ΔT est la somme de tous les intervalles de temps pendant lesquels l'amplitude *S* du signal s(t) est inférieure à x alors :

$$P(S < x) = \lim_{T \to +\infty} \frac{\Delta T}{T} \qquad P(S < x) = \frac{\Delta T}{T} \quad \text{si T est finie}$$

Caractérisation non paramétrique : Fonction de répartition

- La probabilité P(S<x) est une fonction de x. Elle caractérise la répartition de l'amplitude du signal s(t). On l'appelle ***fonction de répartition*** F(x) du signal s(t).



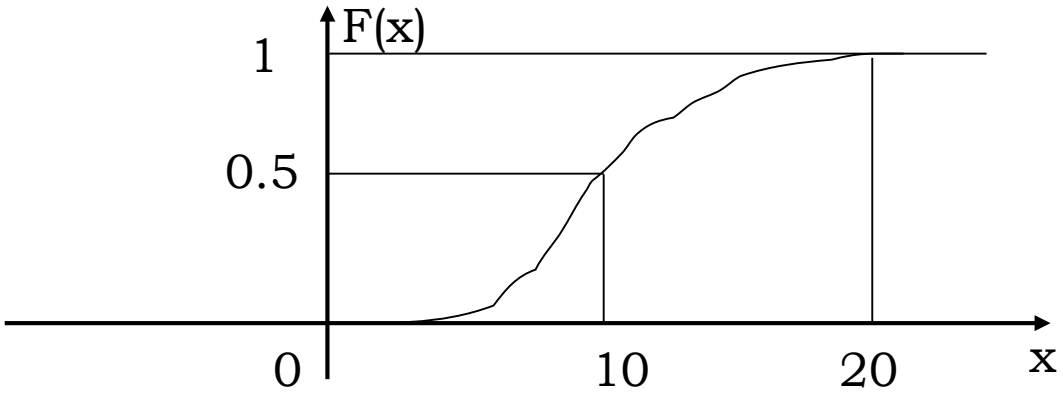
- De cette courbe, on peut déduire que la probabilité que le signal ait une amplitude inférieure à 10 est P(S<10)=0,5.

  P(S<0)=0 aucune valeur du signal n'est négative

  P(S<20)=1 l'amplitude du signal est donc tjs inférieure à 20

Fonction de répartition : propriétés

- F(x) est une fonction monotone non décroissante.
- $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$
- $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$



- $P(x_1 < x < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$

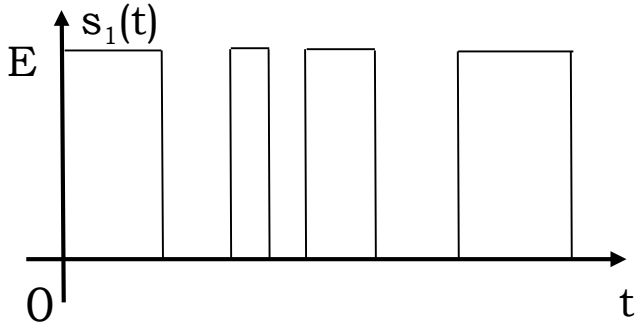
Fonction de répartition : propriétés

- F(x) peut être continue ou discontinue (discrète)

  Cela dépend des valeurs possibles prises par le signal

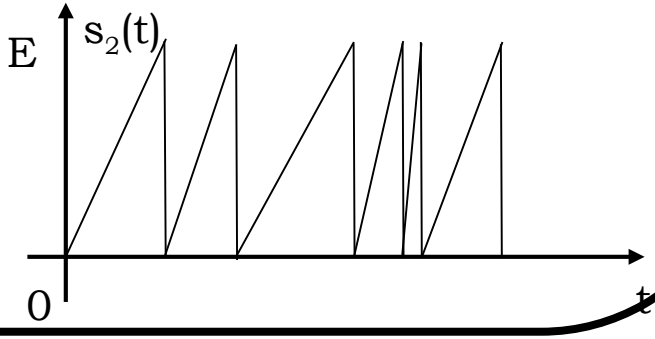
  – Si l'amplitude du signal ne peut prendre que n valeurs alors F(x) sera discontinue

Exemple 1 : Signal binaire évoluant entre 0 et E mais dont les durées à l'état haut et les durées à l'état bas sont aléatoires. Ces durées peuvent prendre toutes les valeurs de l'intervalle]0 ; T [avec une égale probabilité



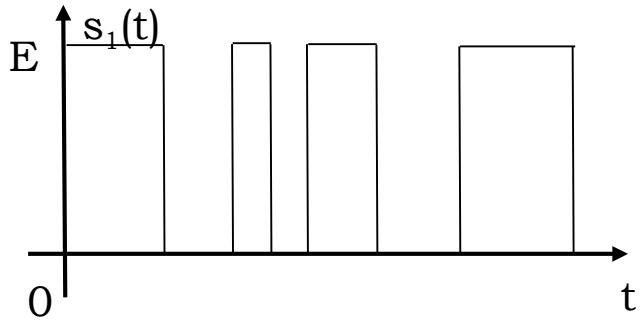
  – Si l'amplitude du signal peut être quelconque alors F(x) sera continue

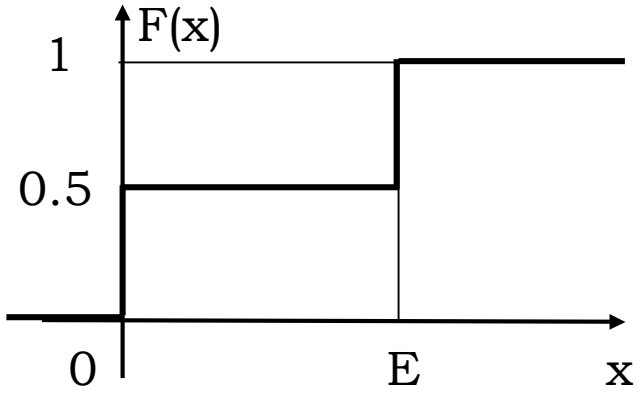
Exemple 2 : Signal constitué de dents de scie évoluant entre *0* et *E*. La pente *A* de chaque dent de scie est aléatoire et peut prendre toutes les valeurs de l'intervalle [*0*,*Amax*] avec une égale probabilité



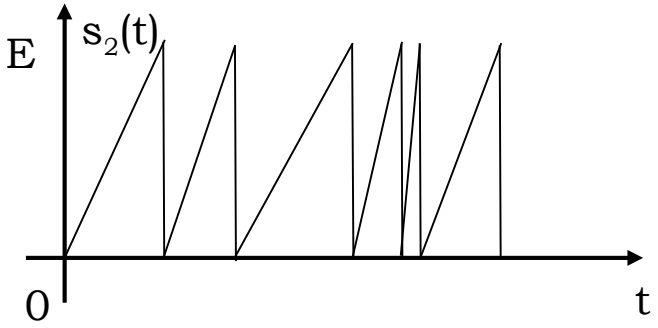
Fonction de répartition : exemples

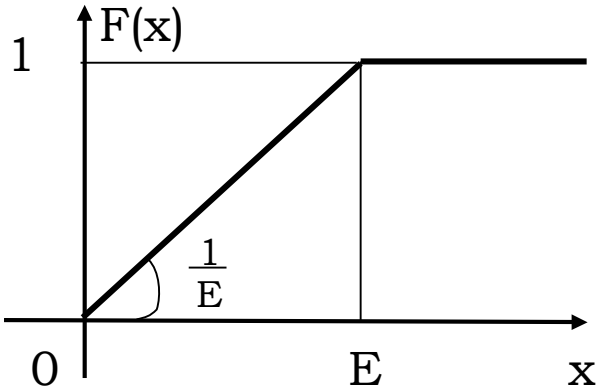
- **Exemple 1**





- **Exemple 2**



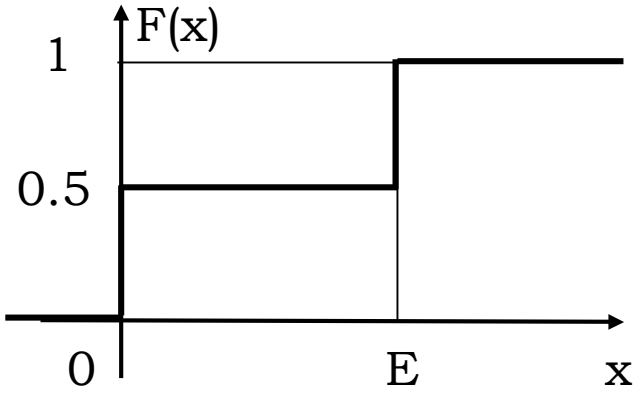


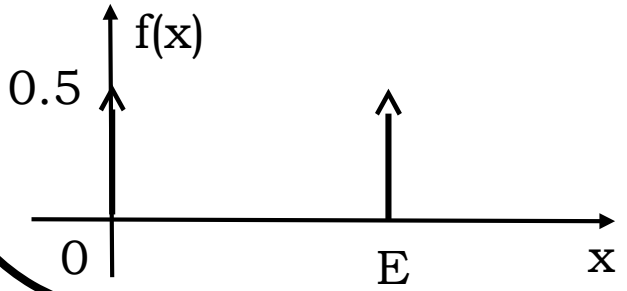
Caractérisation non paramétrique : Loi de probabilité

- Par définition, la loi de probabilité f(x) est la dérivée de la fonction de répartition

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

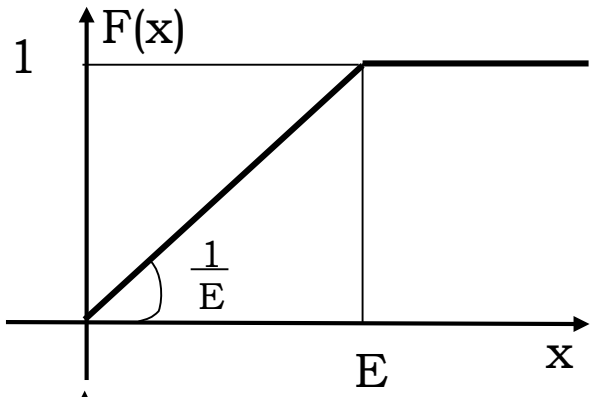
Exemple 1

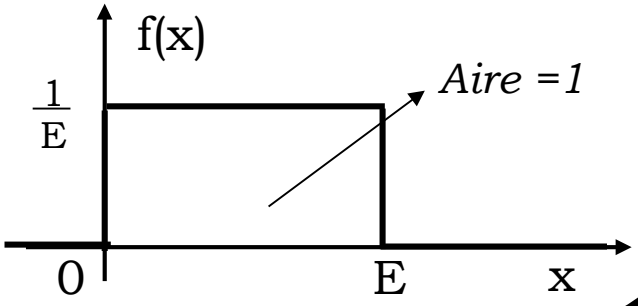




$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)du = 1$$

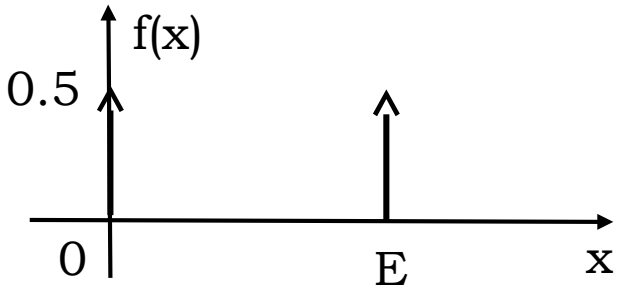
Exemple 2

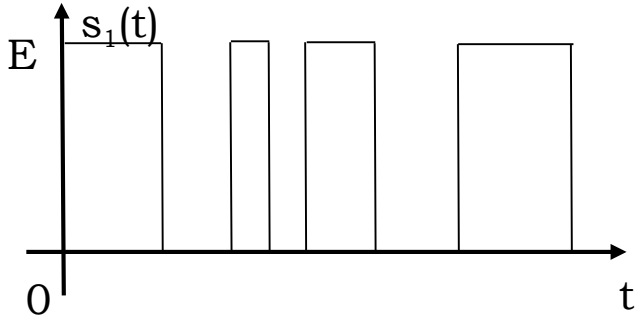




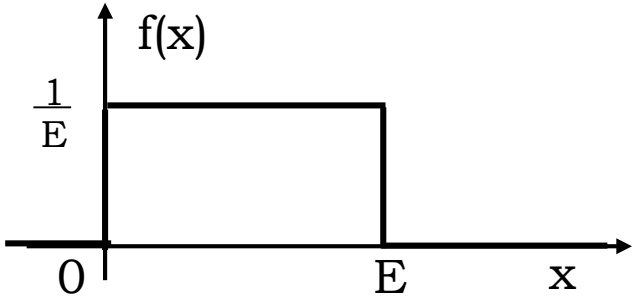
Caractérisation non paramétrique : Loi (densité) de probabilité

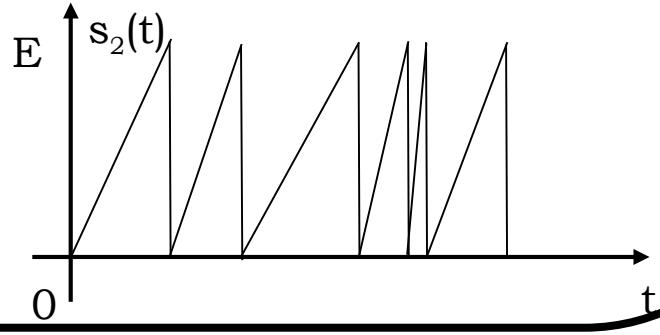
- La dénomination dépend des valeurs possibles pour le signal
  - Si l'amplitude du signal ne peut prendre que n valeurs alors on parle de ***loi de probabilité***





  - Si l 'amplitude du signal peut être quelconque alors sa loi est caractérisée par une fonction appelée ***densité de probabilité***





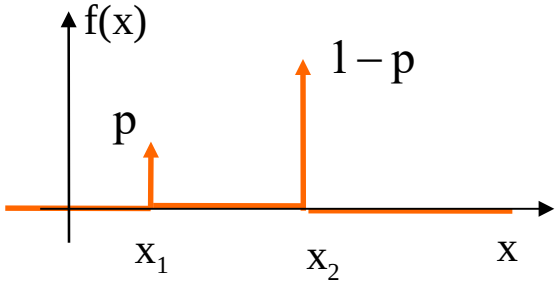
Quelques lois de probabilité usuelles

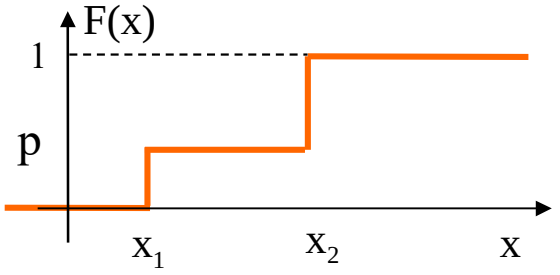
- Loi de probabilité binaire
  - Un signal suit une loi de probabilité binaire si l'ensemble des amplitudes possibles du signal se réduit à deux valeurs x_1 et x_2 et telles que

$$P(S = x_1) = p \qquad P(S = x_2) = 1 - p \quad \text{avec} \quad 0 \le p \le 1$$

$$f(x) = p\,\delta(x - x_1) + (1 - p)\,\delta(x - x_2)$$

$$F(x) = p\,\Gamma(x - x_1) + (1 - p)\,\Gamma(x - x_2)$$



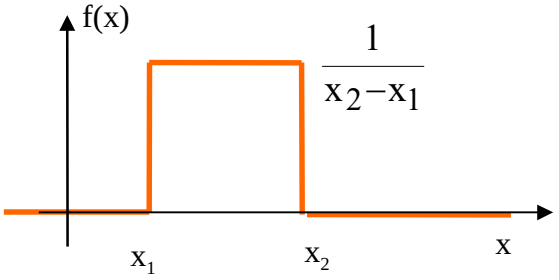


Quelques lois de probabilité usuelles

- Loi de probabilité uniforme (équiprobable)
  - Un signal suit une loi de probabilité uniforme si l'ensemble des amplitudes possibles du signal se réduit à l 'intervalle $[x_1, x_2]$ et si la probabilité d'obtenir une valeur dans cet intervalle est équiprobable

$$f(x) = \frac{1}{x_2 - x_1} \quad \text{si} \quad x_1 \le x \le x_2$$

$$f(x) = 0 \quad \text{ailleurs}$$

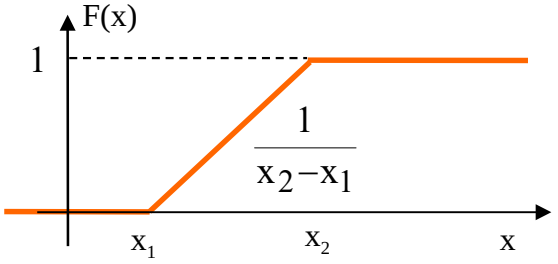


m : moyenne $\quad m = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$$F(x) = \frac{1}{x_2 - x_1}\left(x - x_1\right) \quad \text{si} \quad x_1 \le x \le x_2$$

$$F(x) = 0 \quad \text{si} \quad x < x_1$$

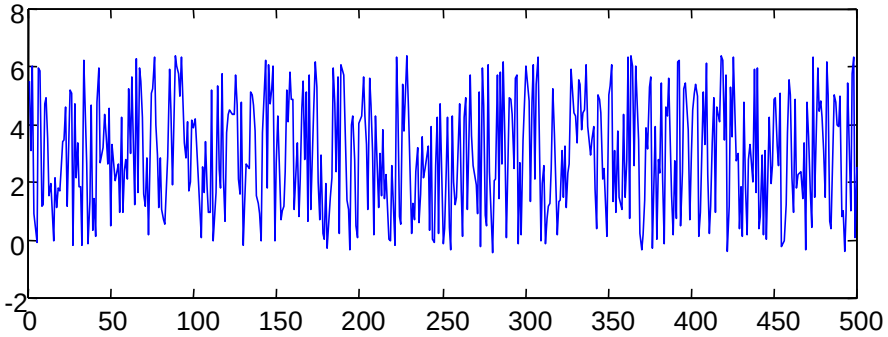
$$F(x) = 1 \quad \text{si} \quad x > x_2$$



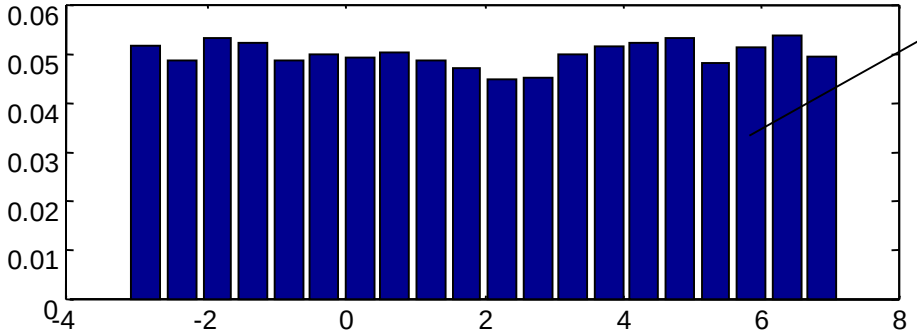
σ : écart-type $\quad \sigma = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{12}}$

Signal de loi de probabilité uniforme

Evolution temporelle
du signal

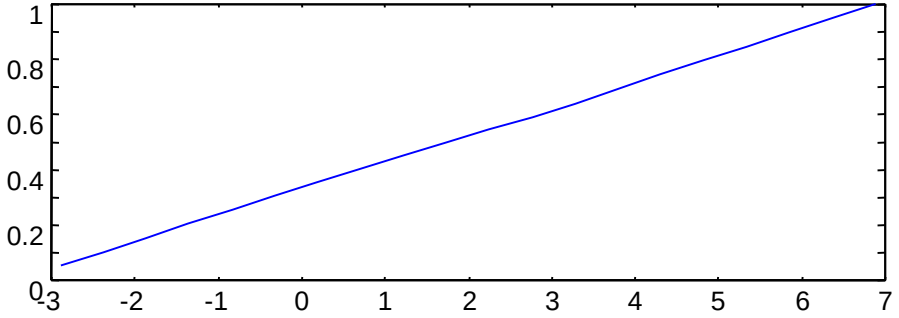


Estimation de la densité de probabilité
= histogramme normalisé



Aire $=\sum p_i(x)\Delta x=1$

Estimation de la fonction de répartition
= histogramme normalisé cumulé

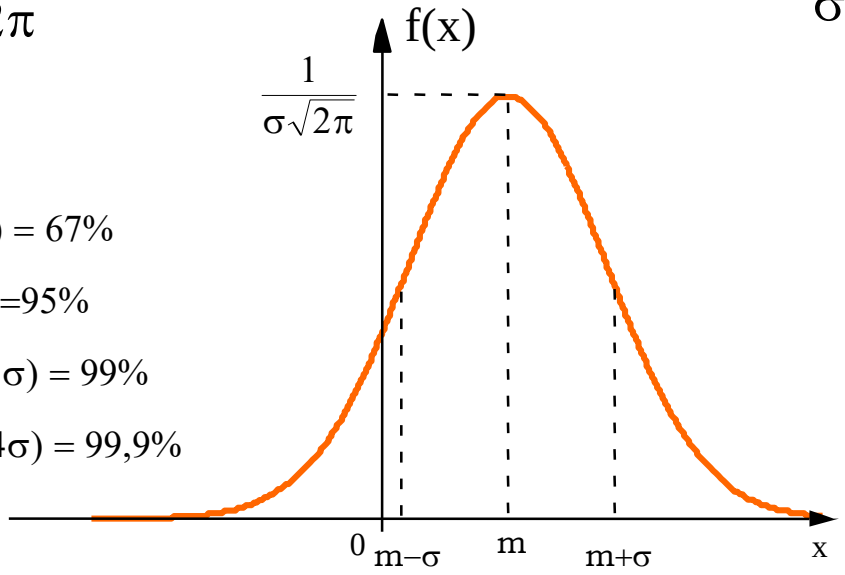


Quelques lois de probabilité usuelles

- Loi de probabilité gaussienne (normale)
  - Un signal suit une loi de probabilité gaussienne si sa densité de probabilité a pour expression :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} dx$$



$p(m - \sigma \le x \le m + \sigma) = 67\%$

$p(m - 2\sigma \le x \le m + 2\sigma) = 95\%$

$p(m - 3\sigma \le x \le m + 3\sigma) = 99\%$

$p(m - 4\sigma \le x \le m + 4\sigma) = 99{,}9\%$

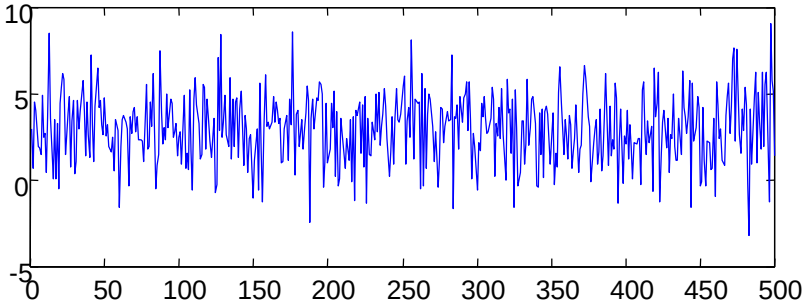
m : moyenne

σ : écart-type

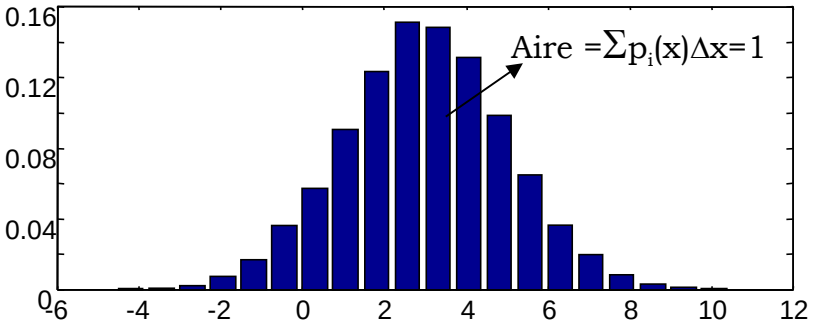
Représente un modèle convenable pour bcp de signaux aléatoires réels

Signal de loi de probabilité gaussienne

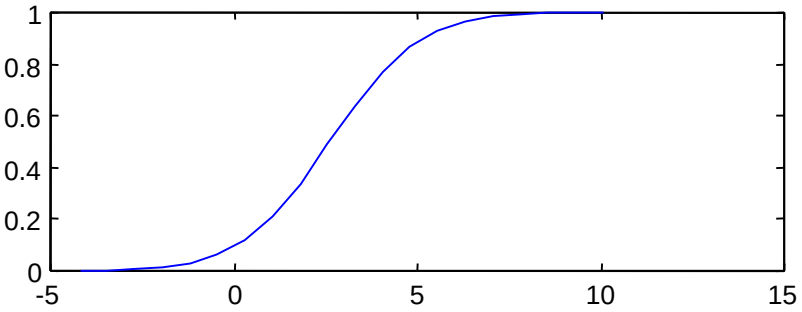
Evolution temporelle
du signal



Estimation de la densité de probabilité
= histogramme normalisé



Estimation de la fonction de répartition
= histogramme normalisé cumulé



Caractérisation paramétrique d'un signal aléatoire

- On conçoit que certaines moyennes puissent apporter des informations (peut-être partielles) sur un signal aléatoire.

- *Moyenne temporelle*

Soit un signal aléatoire stationnaire et ergodique, la moyenne temporelle est définie par :

Dans le cas d'un signal continu

$$m = \bar{s} = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)dt$$

Estimation de la moyenne

$$m = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} s(t)dt \qquad \text{si la durée T est finie}$$

Dans le cas d'un signal à temps discret

$$m = \bar{s} = \lim_{N \to +\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} s_i$$

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} s_i \qquad \text{si N est fini}$$

Remarque : si m=0, le signal est dit centré ou à moyenne nulle

Caractérisation paramétrique d'un signal aléatoire

- *Moyenne quadratique temporelle*

  Soit un signal aléatoire stationnaire et ergodique, la moyenne quadratique temporelle est définie par :

Dans le cas d'un signal continu

$$m_2 = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt$$

Estimation

$$m_2 = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} s^2(t)dt \qquad \text{si la durée T est finie}$$

Dans le cas d'un signal à temps discret

$$m_2 = \lim_{N\to+\infty} \frac{1}{N+1} \sum_{i=-N/2}^{N/2} s_i^2$$

$$m_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} s_i^2 \qquad \text{si N est fini}$$

Caractérisation paramétrique d'un signal aléatoire

- *Variance (temporelle)*

  Pour apprécier les fluctuations du signal autour de sa moyenne, on introduit un paramètre statistique appelé variance qui est la moyenne du carré des écarts par rapport à la moyenne du signal

Dans le cas d'un signal continu

$$\upsilon = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (s(t)-m)^2 dt$$

Estimation

$$m_2 = \frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt$$ si la durée T est finie

Dans le cas d'un signal discret

$$\upsilon = \lim_{N\to+\infty} \frac{1}{N+1} \sum_{i=-N/2}^{N/2} (s_i - m)^2$$

si N est fini

Estimation

$$\hat{\upsilon}_b = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(s_i-m)^2$$ biaisée pour N grand

$$\hat{\upsilon}_{nb} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(s_i-m)^2$$ nonbiaisée pour N faible

Caractérisation paramétrique d'un signal aléatoire

- *Ecart-type*

  On utilise souvent la grandeur σ, nommée écart-type du signal s(t), qui présente l'avantage d'avoir la même dimension que le signal. En d'autres termes, on risque de trouver une grande concentration de valeurs du signal dans l'intervalle [m-σ,m+σ].

$$\sigma = \sqrt{\upsilon} \quad \text{ou} \quad \sigma^2 = \upsilon$$

- *Exemple*
  - Soit un signal discret tel que : $s_i = [6 \quad 4 \quad 7 \quad 3 \quad 5]$
  - Déterminer une estimation de la moyenne, de la variance et de l'écart-type.

Caractérisation paramétrique
Remarques

- *Signal centré et réduit*

  Dans un contexte de simulation, on peut être amené à générer un signal dit centré et réduit, cela revient à modifier les valeurs du signal aléatoire engendré par un générateur de nombres aléatoires de façon à avoir une moyenne nulle (signal centré) et un écart-type égal à 1 (signal réduit).

$$s_i^{cr} = \frac{s_i - m}{\sigma_{nb}}$$

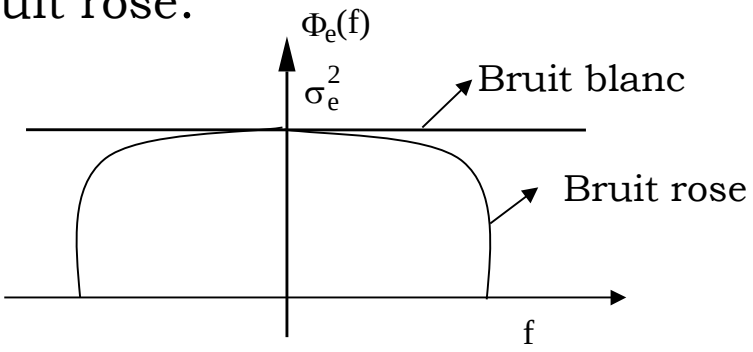
- La moyenne et la variance (écart-type) constituent 2 paramètres statistiques qui, en général, ne suffisent pas à caractériser complètement un signal aléatoire sauf si on fait l'hypothèse que le signal suit une loi normale.

Le bruit

- Définition :
  - Le bruit correspond à tout signal indésirable perturbant l'intelligibilité d'un signal porteur d'information
- Sources de bruit
  - Bruit externe : la source de bruit est localisée à l'extérieur du système de transmission et agit par influence
    - perturbations naturelles (bruits atmosphériques, cosmiques)
    - perturbations artificielles (parasites générés par les équipements électriques)
  - Bruit interne : la source de bruit est localisée à l'intérieur du système de transmission :
    - perturbations impulsionnelles engendrées par les commutations de courants
    - le bruit de fond généré dans les câbles et composants électroniques
      - ***bruit thermique*** (dans les circuits passifs : résistances, …)
      - ***bruit de grenaille*** (dans les circuits actifs : diodes, transistors, …)

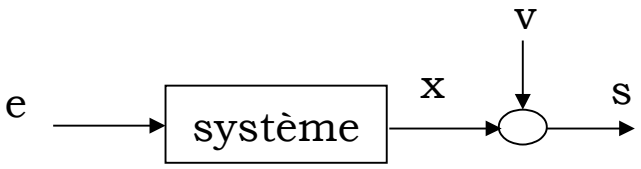
Le bruit

- Modèles de bruit :
  - Pour simuler ou analyser les signaux aléatoires, quelques modèles de bruit ont été développés en fonction de la répartition de la puissance du bruit dans le domaine fréquentiel. On distingue ainsi :
- Bruit blanc et rose
  - Un signal aléatoire e(t) dont la *densité spectrale de puissance* ***(DSP)*** $\Phi_e(f)$ est constante pour toute valeur de fréquence et dont la ***valeur moyenne est nulle***, est appelé bruit blanc (analogie avec la lumière blanche). Si cette condition n 'est pas tout à fait vérifiée, on parle de bruit rose.



Rapport signal sur bruit

- Le Rapport Signal sur Bruit (RSB) est une mesure du degré de contamination du signal par du bruit. Il peut s'exprimer sous diverses formes :
  - Rapport des puissances du signal non bruité P_x et du bruit P_v



$$RSB = \frac{P_x}{P_v}$$

  - Il est souvent indiqué selon une échelle logarithmique mesurée en décibel

$$RSB_{dB} = 10 \log_{10} RSB$$

  - Rapport des variances (ou écart-types) respectives du signal non bruité et du bruit (si x et v sont centrés)

$$RSB = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_v^2}$$

    - Plus RSB est faible plus le signal est bruité

Introduction à la notion de corrélation

- Fonction d'auto-corrélation
  - Définition : soit un signal aléatoire stationnaire ergodique

$$\varphi_{xx}(\tau) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau)dt \quad \text{pour un signal continu}$$

$$\varphi_{xx}(k) = \lim_{N\to+\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^{N} x_i x_{i+k} \quad \text{pour un signal discret}$$

  - On compare le signal avec lui-même mais décalé de τ (ou k)

Fonction d'auto-corrélation - Intérêts

- Comme on l'a vu précédemment, la détermination de la moyenne et de l'écart-type d'un signal ne suffit pas à caractériser complètement un signal aléatoire (sauf dans la cas d'un signal suivant une loi gaussienne). La fonction d'auto-corrélation apporte une information complémentaire sur le signal aléatoire

- Elle permet également de voir en quoi le signal à un instant donné est influencé par ce qui s'est passé à un instant τ précédent

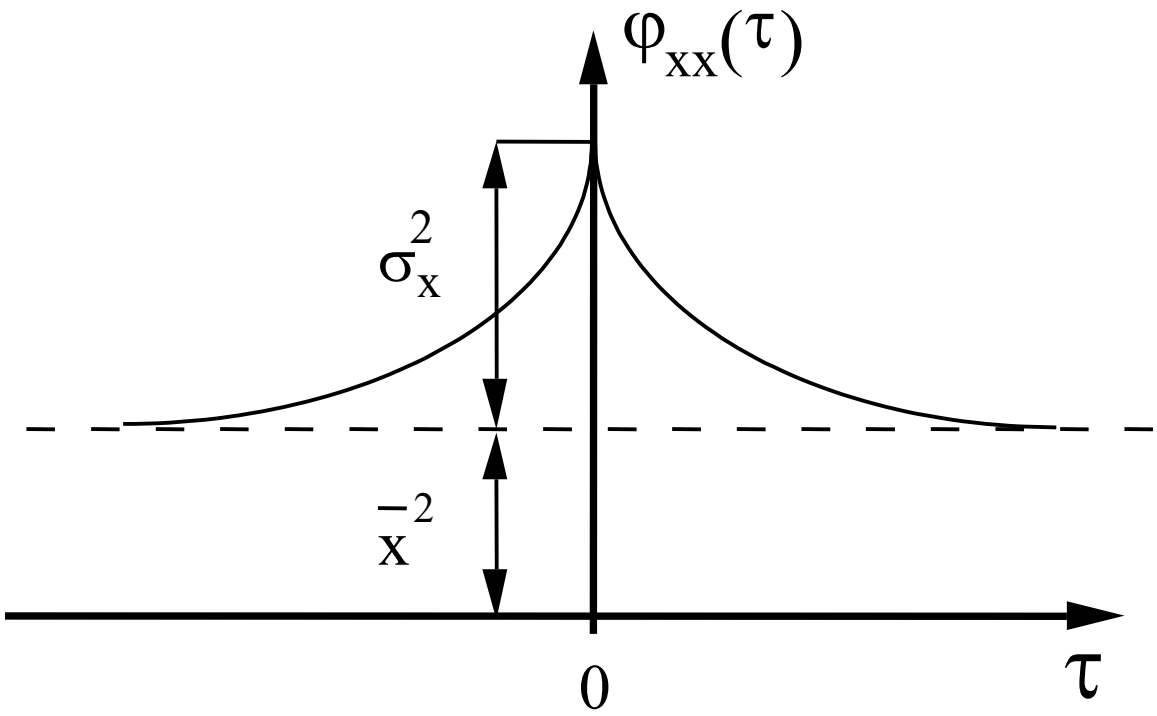
- Elle fournit une information sur la vitesse de variation du signal

- Elle permet de calculer la DSP d'un signal (voir plus loin)

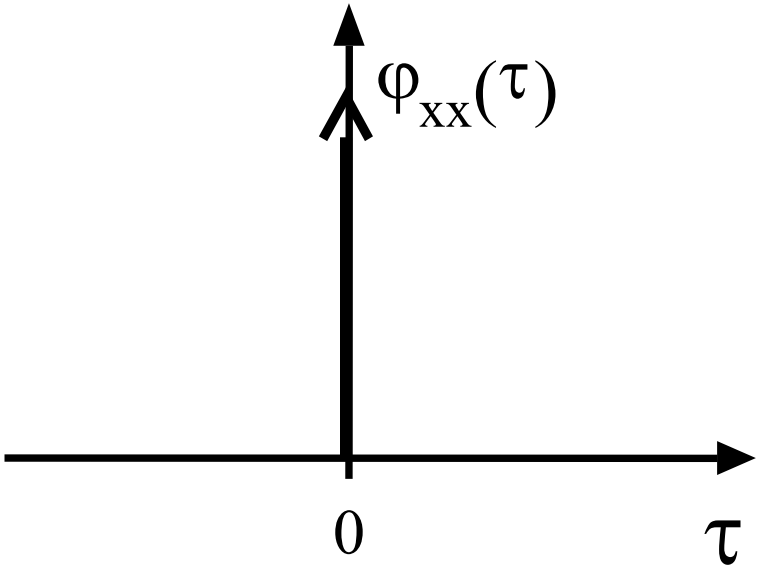
Fonction d'auto-corrélation - Propriétés

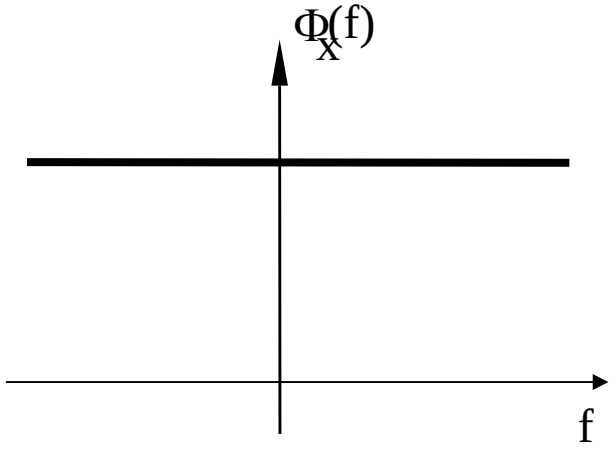
- $\varphi_{xx}(\tau)$ est une fonction paire $\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{xx}(-\tau)$.
  - Il suffit donc de calculer $\varphi_{xx}(\tau)$ pour $\tau > 0$ puis de faire la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées
- $\varphi_{xx}(0)$ est le maximum de $\varphi_{xx}(\tau)$
- $\varphi_{xx}(0) = \bar{x}^2 + \sigma_x^2$
  - $\bar{x}$: moyenne du signal
  - σ_x^2 : variance du signal
  - si x est centré $\varphi_{xx}(0) = \sigma_x^2$
- $\lim_{\tau \to \infty} \varphi_{xx}(\tau) = \bar{x}^2$
  - si x est centré $\lim_{\tau \to \infty} \varphi_{xx}(\tau) = 0$

Allure générale de la fonction d'auto-corrélation d'un signal aléatoire stationnaire ergodique



Fonction d'auto-corrélation d'un bruit blanc





Estimateur de la fonction d'auto-corrélation

- Le signal aléatoire étant mesuré sur un nombre de point fini N, une estimation de $\varphi_{xx}(k)$ peut être obtenue par :
  - Estimateur biaisé *(Biais = erreur systématique)*

$$\varphi_{xx}^{b}(k) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-|k|} x_i x_{i+k} \qquad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ N-1$$

  - Estimateur non biaisé

$$\varphi_{xx}^{nb}(k) = \frac{1}{N-|k|}\sum_{i=1}^{N-|k|} x_i x_{i+k} \qquad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ N-1$$

  - Exemple : x = [2 3 1]. Calculer $\varphi_{xx}(k)$.

Fonction d'auto-corrélation d'un signal périodique

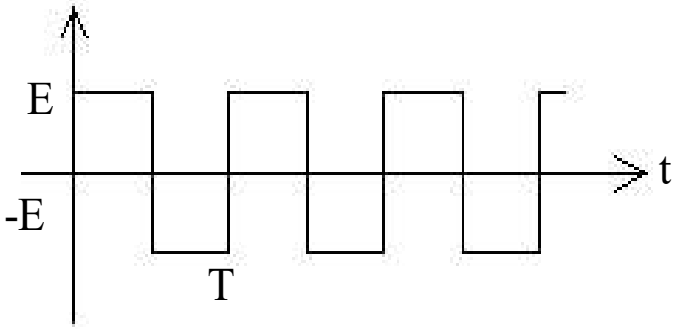
- Soit un signal x(t) périodique de période T_o (ou N), φ_{xx} est également périodique de même période mais de forme différente (sauf si x est sinusoïdal, la forme est également sinusoïdale).
  - Cas d'un signal à temps continu de période T_o

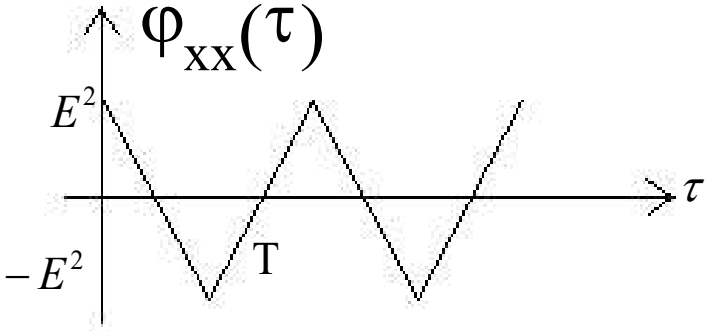
$$\varphi_{xx}(\tau) = \frac{1}{T_o}\int_0^{T_o} x(t)\, x(t+\tau)dt$$

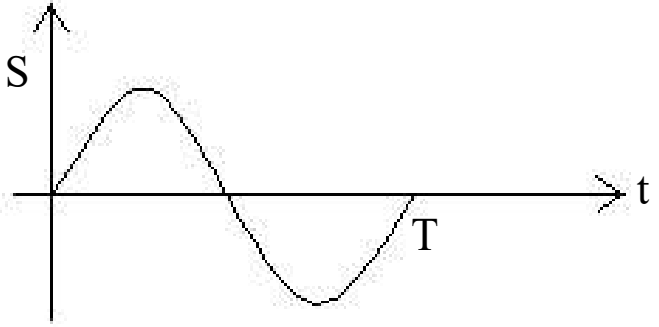
  - Cas d'un signal à temps discret de période N

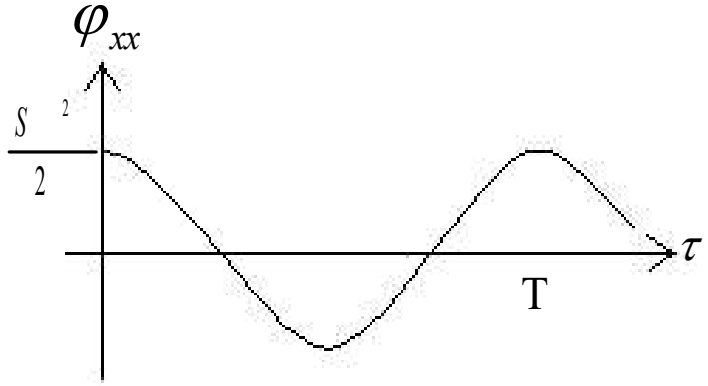
$$\varphi_{xx}(k) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i\ x_{i+k}$$

Fonction d'auto-corrélation d'un signal périodique





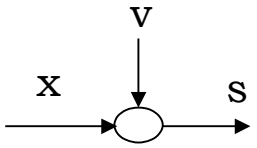




Détection d'un signal périodique noyé dans du bruit par auto-corrélation

- Soit un signal x(t) périodique de période T_o et un bruit v(t) indépendant de x(t). On mesure s(t) qui correspond à la somme de ces deux signaux

$$s(t) = x(t) + v(t)$$



  - La fonction d'auto-corrélation du signal mesuré s'écrit

$$\varphi_{ss}(\tau) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} s(t)\, s(t+\tau)dt$$

$$\varphi_{ss}(\tau) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} (x(t)+v(t))\,(x(t+\tau)+v(t+\tau))dt$$

$$\varphi_{ss}(\tau) = \varphi_{xx}(\tau) + \varphi_{vv}(\tau)$$ Car x(t) et v(t) sont indépendants

Détection d'un signal périodique noyé dans du bruit par auto-corrélation

- De plus si le bruit est blanc ou rose,

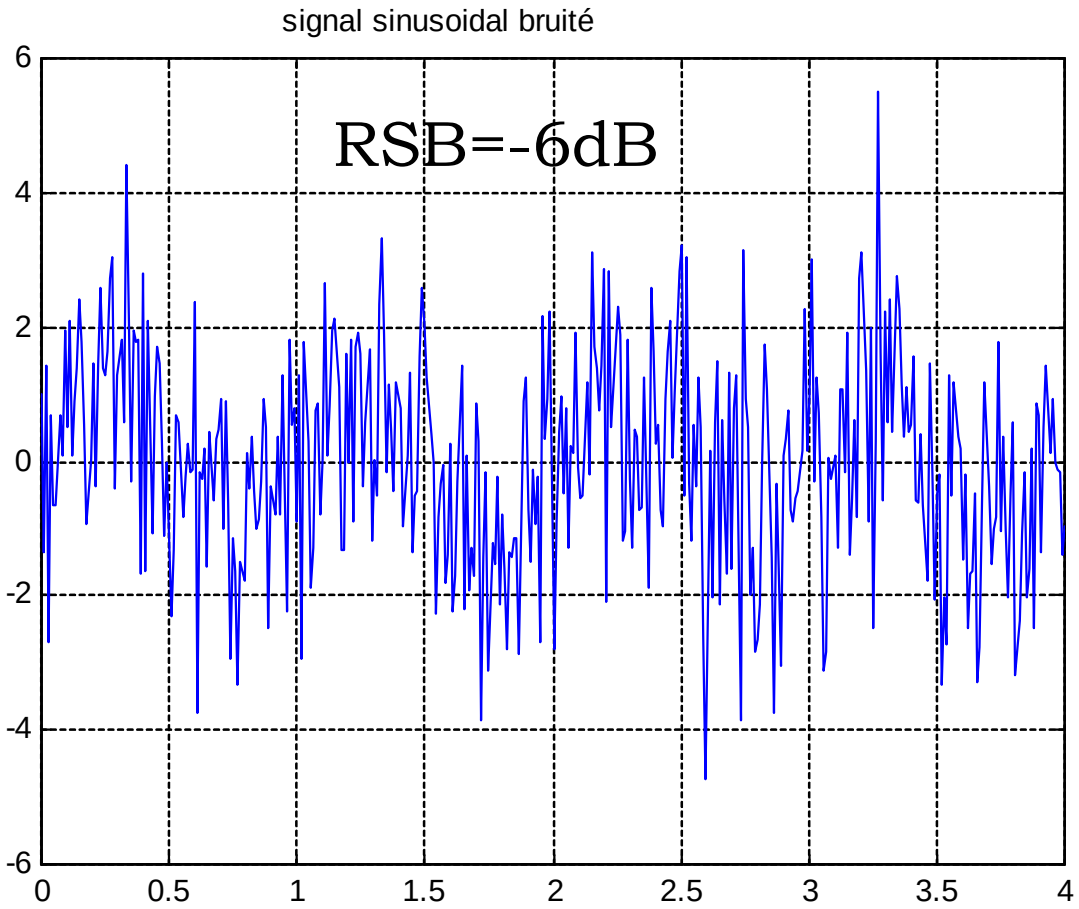
$$\lim_{\tau \to +\infty} \varphi_{vv}(\tau) = 0$$

- Par conséquent,

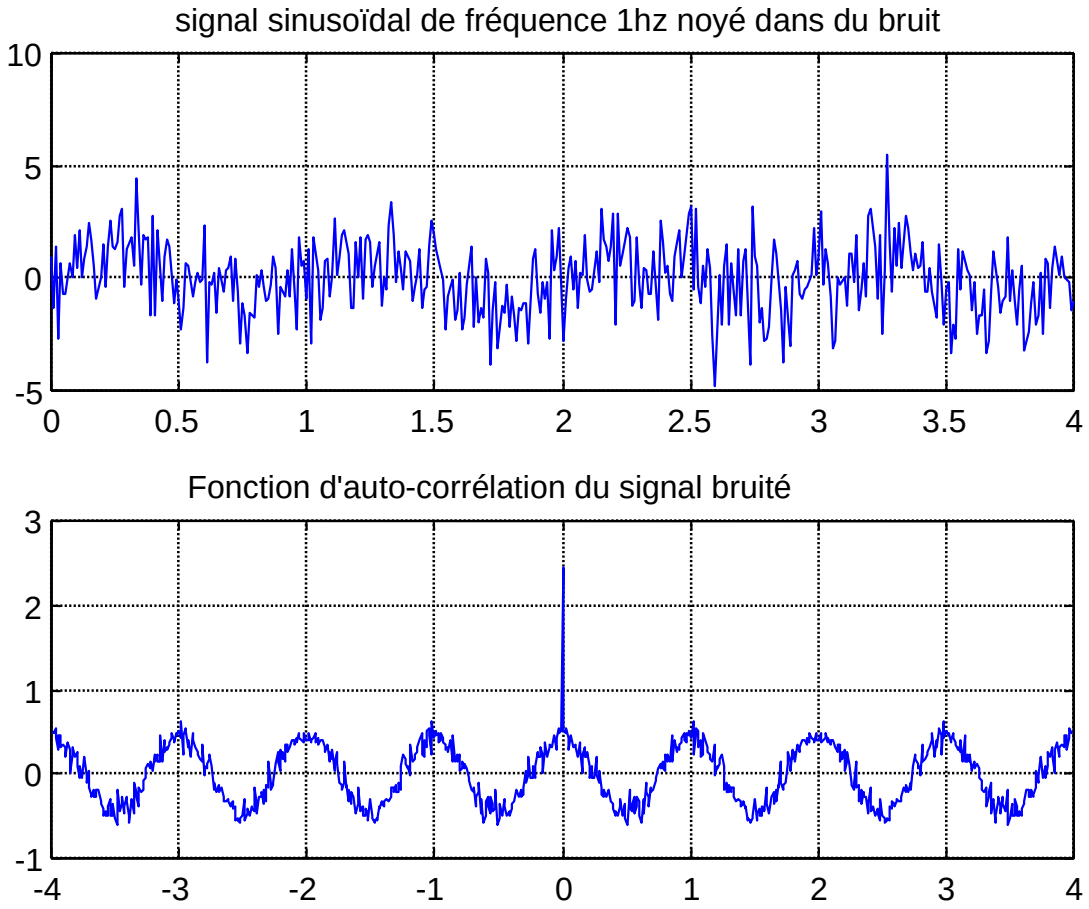
$$\lim_{\tau \to +\infty} \varphi_{ss}(\tau) = \lim_{\tau \to +\infty} \varphi_{xx}(\tau)$$

- dans le cas d'un signal périodique utile, cette méthode permet de déterminer la fréquence du signal même lorsque le RSB est faible (c.à.d lorsqu'il y a bcp de bruit).

Détection d'un signal périodique noyé dans du bruit par auto-corrélation - Exemple



Détection d'un signal périodique noyé dans du bruit par auto-corrélation - Exemple



Fonction d'inter-corrélation

- Définition : soient deux signaux aléatoires stationnaires ergodiques x(t) et y(t)

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)y(t+\tau)dt \quad \text{pour un signal continu}$$

$$\varphi_{xy}(k) = \lim_{N\to+\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^{N} x_i y_{i+k} \quad \text{pour un signal discret}$$

On compare les deux signaux en faisant varier le décalage τ (ou k)

Fonction d'inter-corrélation - Propriétés

- $\varphi_{xy}(\tau)$ n'est ni paire, ni impaire
- $\varphi_{xy}(0)$ n 'est pas nécessairement le maximum de $\varphi_{xy}(\tau)$
- si x(t) et y(t) sont centrés alors $\lim_{\tau \to \infty} \varphi_{xy}(\tau) = 0$
- Intérêt : détection du retard entre deux signaux
  - Il suffit de mesurer le décalage entre les deux signaux correspondant à un passage par un maximum de $\varphi_{xy}(\tau)$.

Corrélation et densité spectrale

- Théorème de WIENER - KHINTCHINE
  - La densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire stationnaire ergodique est la transformée de Fourier de sa fonction d'auto-corrélation :

$$\Phi_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{xx}(\tau)\, e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

- Grâce à ce théorème, on a une définition unique de la densité spectrale (d'énergie ou de puissance) d'un signal, qu'il soit déterministe ou aléatoire :

c'est la transformée de Fourier

de sa fonction d'auto-corrélation

Classification énergétique
Rappels

Soit un signal x(t)

- La ***moyenne*** (valeur moyenne) est définie par :

$$\bar{x}(T) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)dt$$

- L'***énergie*** (valeur quadratique) est définie par :

$$W_x(T) = \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$

- La ***puissance moyenne*** (valeur quadratique moyenne) est définie par :

$$P_x(T) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$

Classification énergétique
Définitions

- *Energie totale* : $W_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt$
- *Puissance moyenne totale* : $P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$
- On distingue :
  - les signaux à énergie finie ou à puissance moyenne nulle (de carré intégrable) : $W_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$
  - les signaux à puissance moyenne finie non nulle (énergie infinie) : $0 < P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt < \infty$
  - les signaux à puissance moyenne infinie (énergie infinie) : $P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \to +\infty$

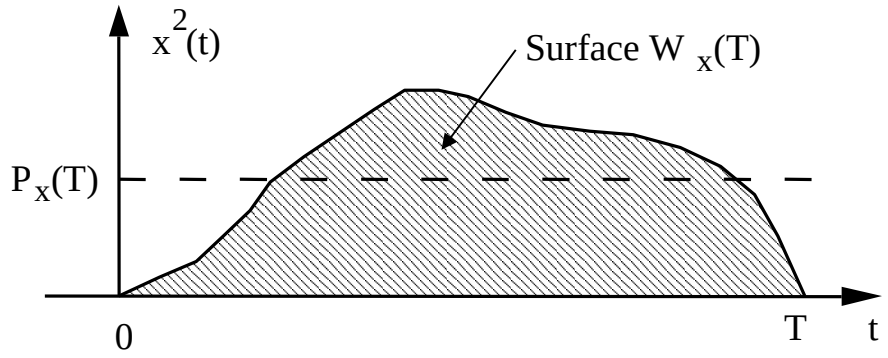
Illustration des notions d'énergie et de puissance d'un signal

- *Energie totale* : $W_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt$

- *Puissance moyenne totale* : $P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$

La fonction $x^2(t)$ correspond à une ***répartition*** de l'énergie du signal en fonction du temps

La puissance moyenne représente la ***répartition moyenne*** de l'énergie sur l'intervalle T



Classification énergétique des signaux

- *Signaux à énergie finie*
  - Leur puissance moyenne est nulle
  - Signaux de type transitoire (déterministes ou aléatoires)
  - Signaux physiquement réalisables
- *Signaux à puissance moyenne finie non nulle*
  - Leur énergie est infinie
  - Signaux périodiques (sinusoïde) et quasi-périodiques
  - Signaux aléatoires permanents
  - Signaux physiquement irréalisables
  - La notion de puissance moyenne finie permet d'étendre à certains signaux aléatoires les définitions concernant les signaux déterministes
- *Signaux à puissance moyenne infinie*
  - Leur énergie est infinie
  - Exponentielle, Impulsion de Dirac, Peigne de Dirac
  - Signaux physiquement irréalisables