Systèmes bouclés

El-hadi DJERMOUNE, Hugues GARNIER,
Jean-Marc THIRIET
Université Henri Poincaré, Nancy
IUT de Nancy-Brabois
Département Génie des Télécommunications et Réseaux

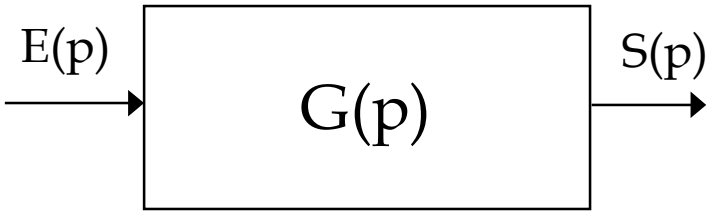
Systèmes bouclés

- Notions de schéma-bloc
- Définition
- Commande en boucle ouverte
- Modélisation des perturbations
- Commande en boucle fermée
- Calcul des fonctions de transfert en boucle fermée
- Performances des systèmes bouclés

Notions de schéma-bloc

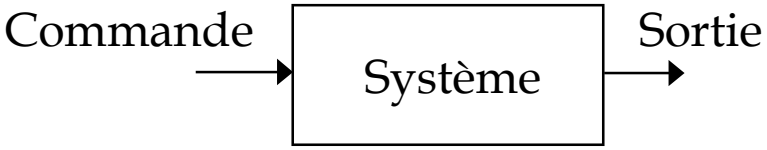
$$G(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

$$S(p) = G(p)\,E(p)$$



Commande d'un système

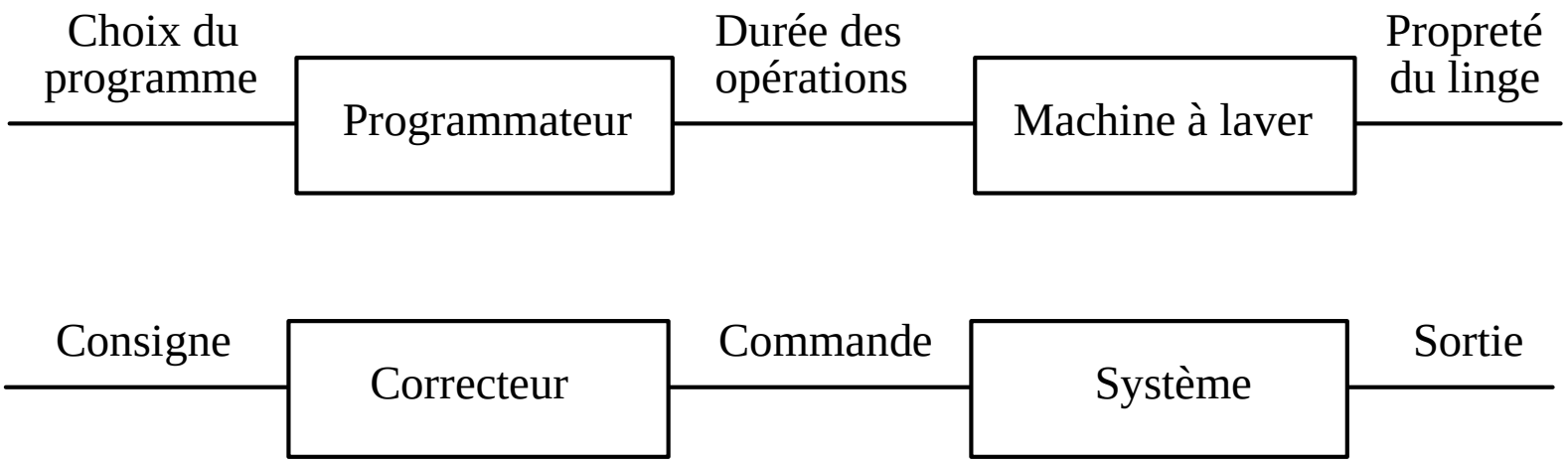
- Définition :
  - La commande d'un système consiste à amener une variable de sortie d'un système autour d'une valeur désirée appelée consigne



- Exemples :
  - Régulation de la température dans l'amphi autour de 19°
  - Régulation de la température de l'eau de la douche
  - Régulation de la température de l'habitacle de la voiture
  - Asservissement de la position d'un ascenseur
  - Asservissement de la phase d'un signal en fonction d'un signal d'entrée :
    - boucle à verrouillage de phase (Phase-Locked Loop: PLL)

Commande en boucle ouverte

- La commande en **boucle ouverte** consiste à ajuster le signal de commande sans tenir compte de la mesure du signal de sortie.

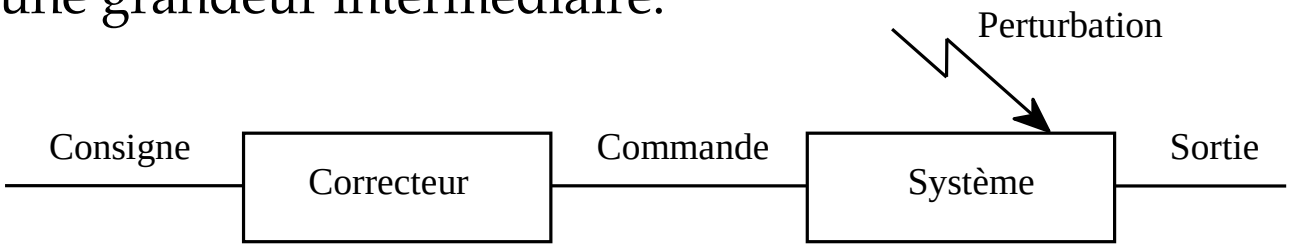


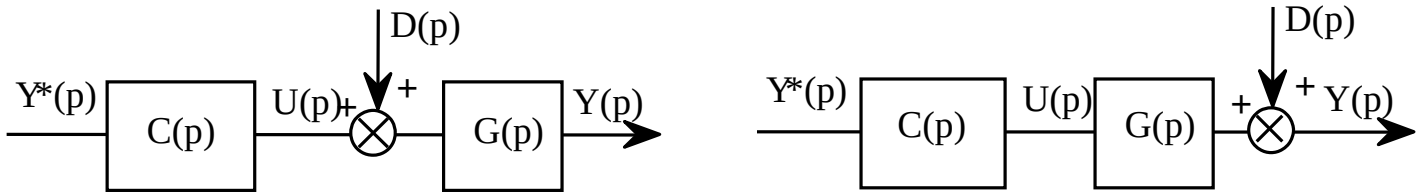
Perturbations

- Les perturbations sont les grandeurs dont les variations nuisent au bon fonctionnement d'un système :
  - pression du réseau pour une régulation de débit d'eau
  - poids des personnes pour l'asservissement de position d'un ascenseur
  - ensoleillement pour la régulation de température de l'habitacle d'une voiture
  - pente de la route pour un véhicule dans le cas de la régulation de la vitesse d'une voiture

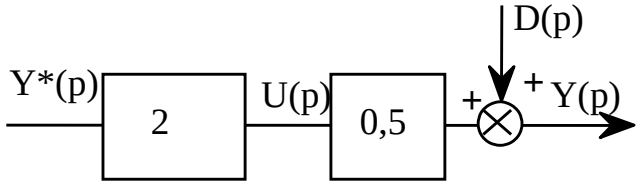
Modélisation des perturbations

- Les perturbations peuvent être mesurées ou non.
  - Si elles sont mesurées elles permettent la mise en oeuvre de commande particulières (commande par anticipation ou “Feedforward control” par exemple).
- Les perturbations sont généralement modélisées sous forme d’actions additives (ou soustractives) sur la sortie du système ou sur une grandeur intermédiaire.





Commande en boucle ouverte en présence de perturbations



- Exemple :
  - système G(p) modélisé par un gain pur : G(p) = K = 0,5
  - correcteur C(p) fixé comme inverse de G : C(p) = C = 2
  - consigne constante : y*(t) = E
- Mise en équation :
  - Y(p) = G(p)U(p) + D(p) Y(p) = G(p)C(p)Y*(p) + D(p)
  - Y(p) = 2KY*(p) + D(p)
  - y(t) = 2Ky*(t) + d(t) y(t) = 2KE + d(t)
- Objectif (y(t) = E) respecté si :
  - d(t) = 0 absence de perturbations !
  - 2K =1 càd K = 0,5 pas d ’erreur de modélisation !

- Commande en boucle ouverte : mode de commande fréquent mais inadéquat, sauf cas exceptionnels

Commande en boucle fermée

- La commande en **boucle fermée** consiste à mesurer le signal de sortie pour ajuster le signal de commande

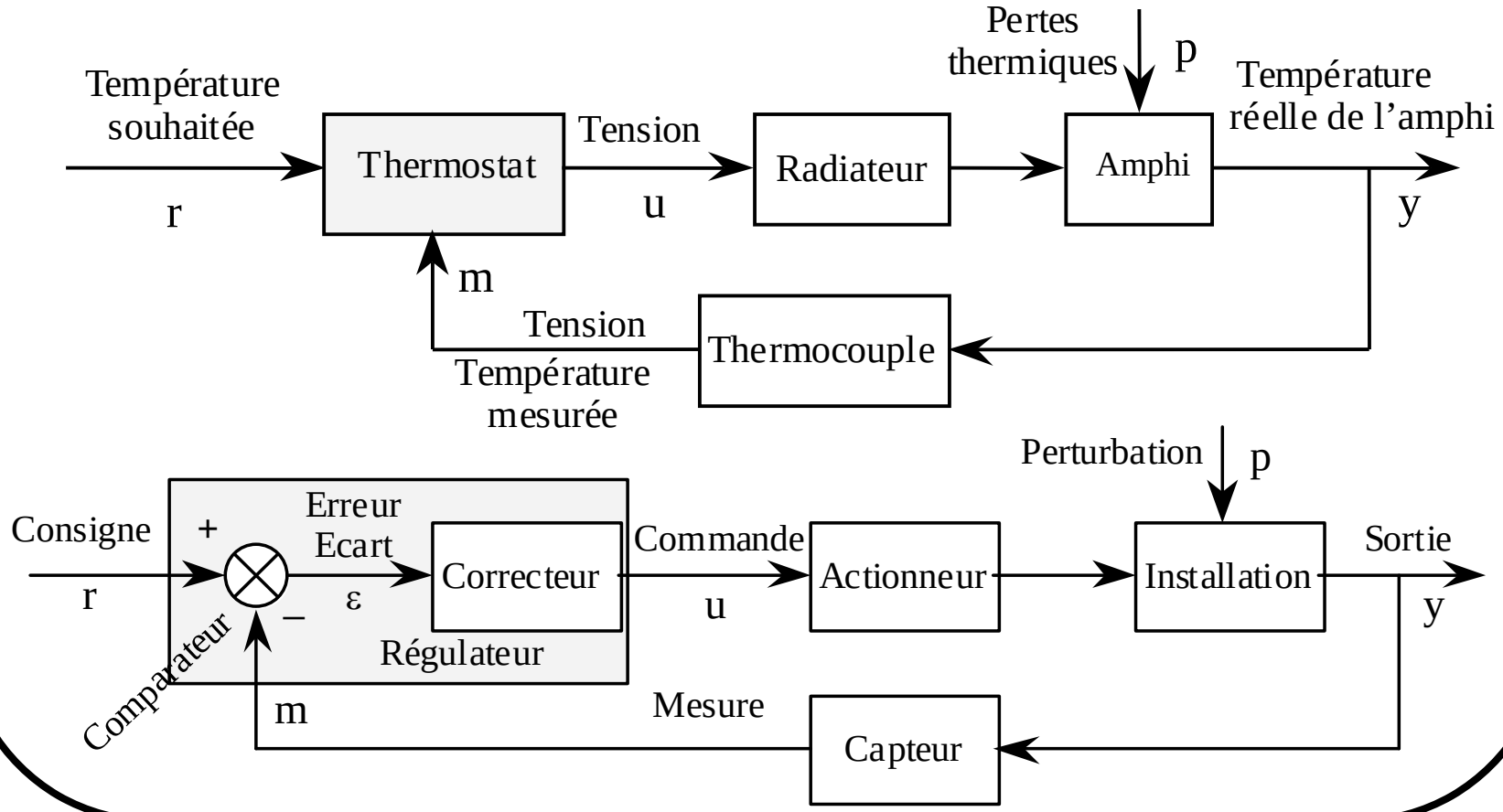
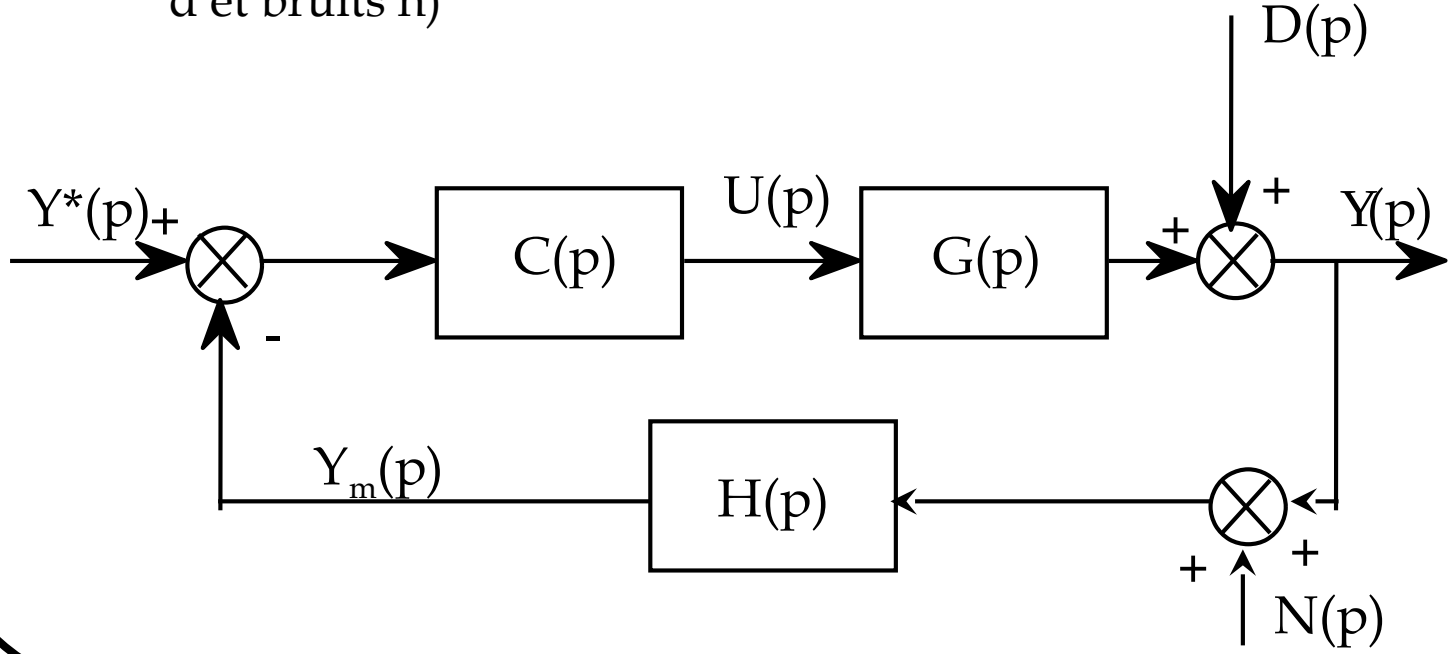


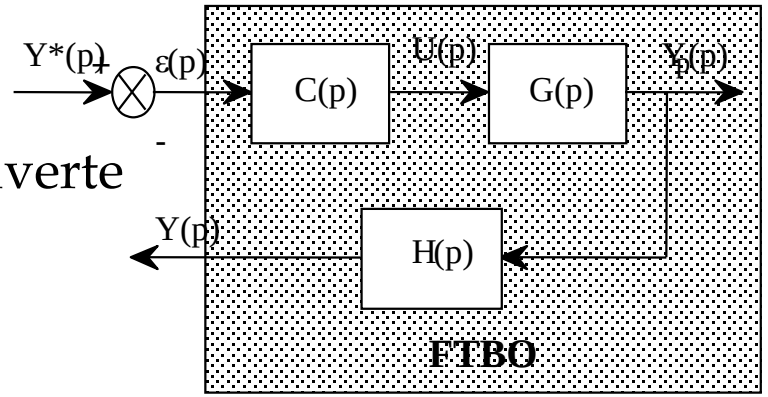
Schéma de commande en BF

- La recherche d'une loi de commande s'appuie sur :
  - des objectifs en terme de performances à atteindre
  - un modèle G du système et la prise en compte de ses incertitudes
  - le type de signal d'entrée (évolution des consignes y*, perturbations d et bruits n)



Expression des fonctions de transfert

- Hypothèse dans ce cours : d=n=0

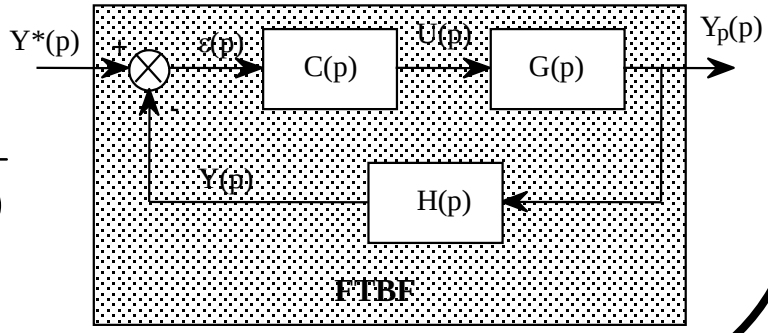


- Fonction de transfert en boucle ouverte

$$F_{BO}(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = C(p)G(p)H(p)$$

- Fonction de transfert en boucle fermée

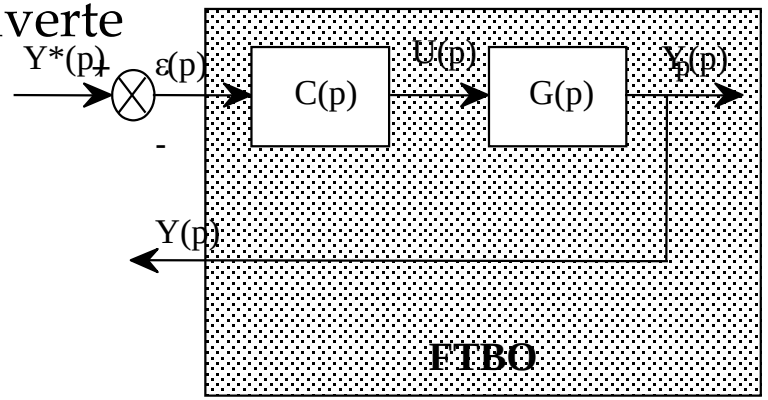
$$F_{BF}(p) = \frac{Y(p)}{Y^*(p)} = \frac{C(p)G(p)H(p)}{1 + C(p)G(p)H(p)}$$



Fonctions de transfert dans le cas d'un retour unitaire

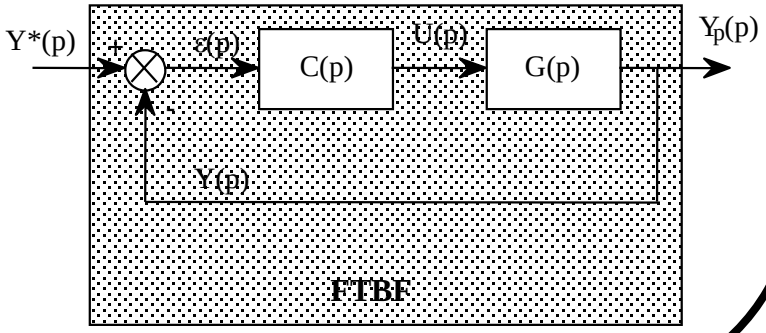
- Fonction de transfert en boucle ouverte

$$F_{BO}(p) = \frac{Y(p)}{\varepsilon(p)} = C(p)G(p) = \frac{num(p)}{den(p)}$$

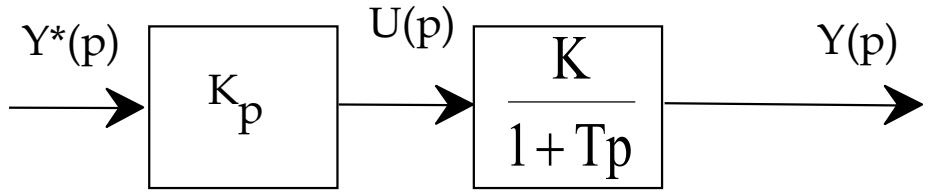


- Fonction de transfert en boucle fermée

$$F_{BF}(p) = \frac{Y(p)}{Y^*(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} = \frac{num(p)}{num(p) + den(p)}$$

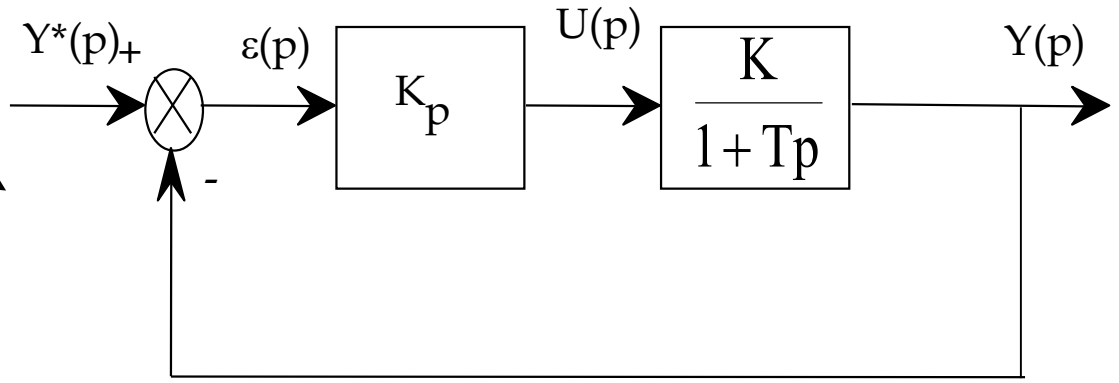


Exemple



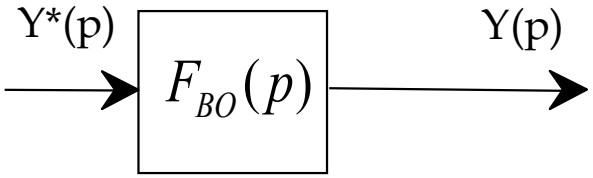
$$F_{BO}(p) = \frac{K_p K}{1 + Tp}$$

$$F_{BF}(p) = \frac{K_p K}{K_p K + 1 + Tp}$$

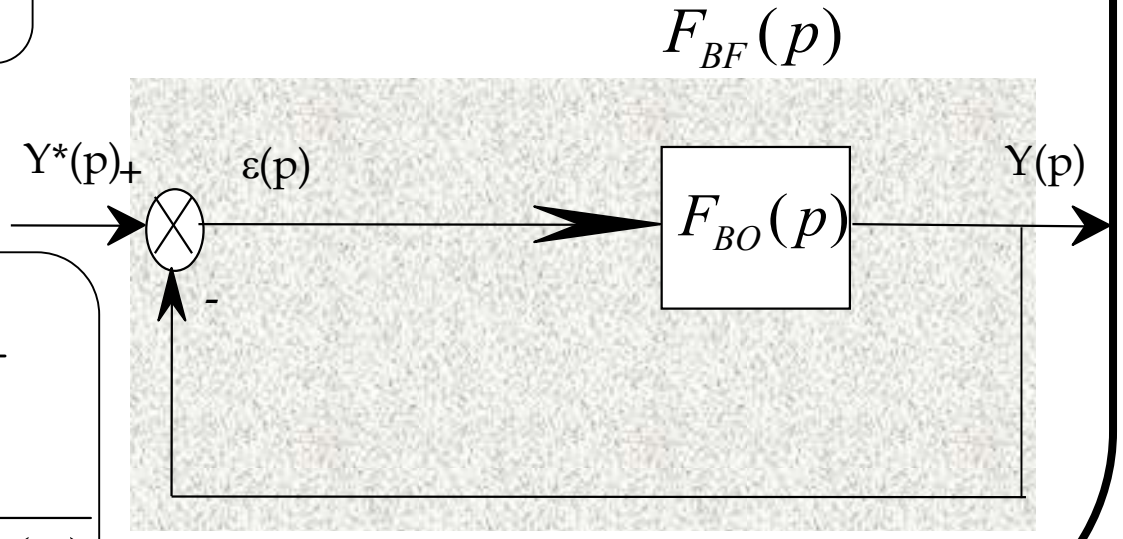


Simplification BO -> BF

- Sous l'hypothèse d'un retour unitaire



$$F_{BF}(p) = \frac{F_{BO}(p)}{F_{BO}(p)+1}$$



$$F_{BO}(p) = \frac{Num(p)}{Den(p)}$$

$$F_{BF}(p) = \frac{Num(p)}{Num(p)+Den(p)}$$

Objectifs d'une commande en BF

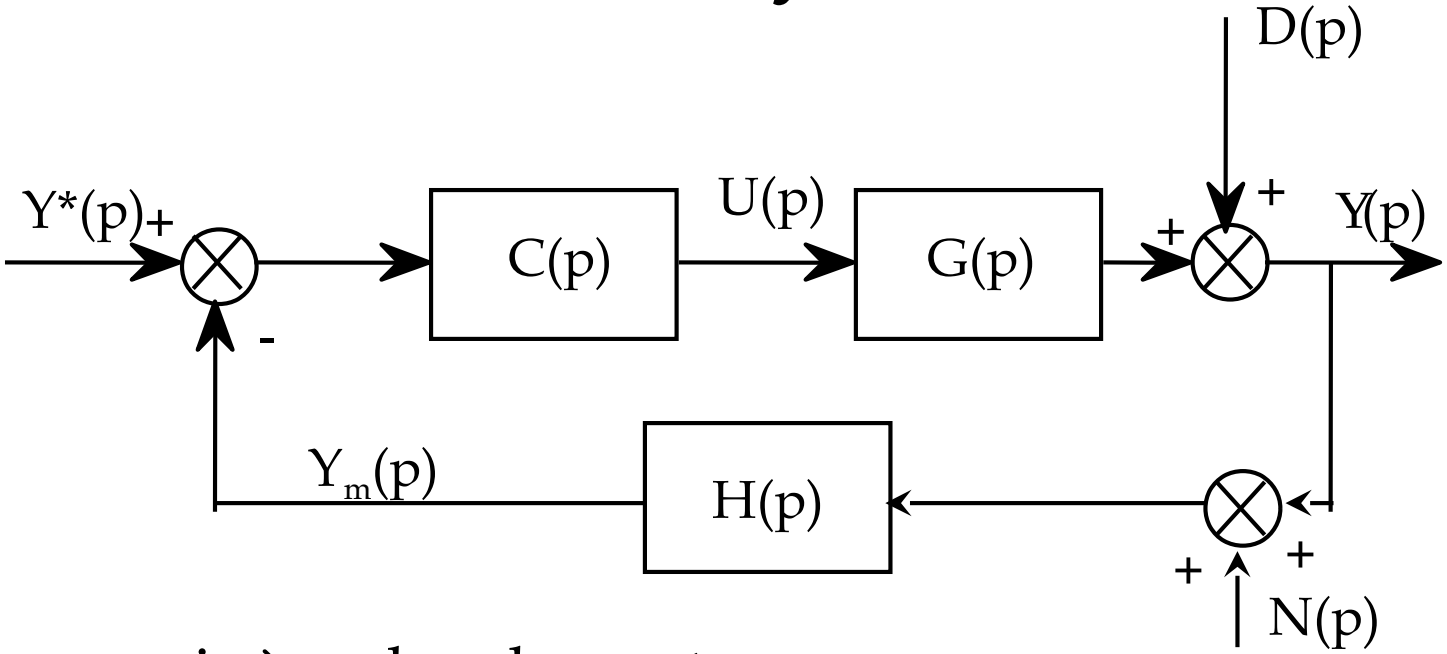
- Ajuster le signal de commande afin de tenter d'annuler l'écart entre la consigne et la sortie mesurée (*précision*) sans brutaliser les actionneurs
- Compenser les *perturbations* externes
- *Stabiliser* un système instable en boucle ouverte (navire soumis au courant) ou maintenir la stabilité
- On distingue deux types de problèmes :
  - *régulation*

  rejet (ou compensation) de l'effet **de perturbations** variables sur la sortie autour d'un point de **consigne fixe** au cours du temps
  - *asservissement*

  poursuite par la sortie d'une **consigne variable** au cours du temps

- Objectifs multiples (antagonistes) $\Rightarrow$ compromis

Performances des systèmes bouclés

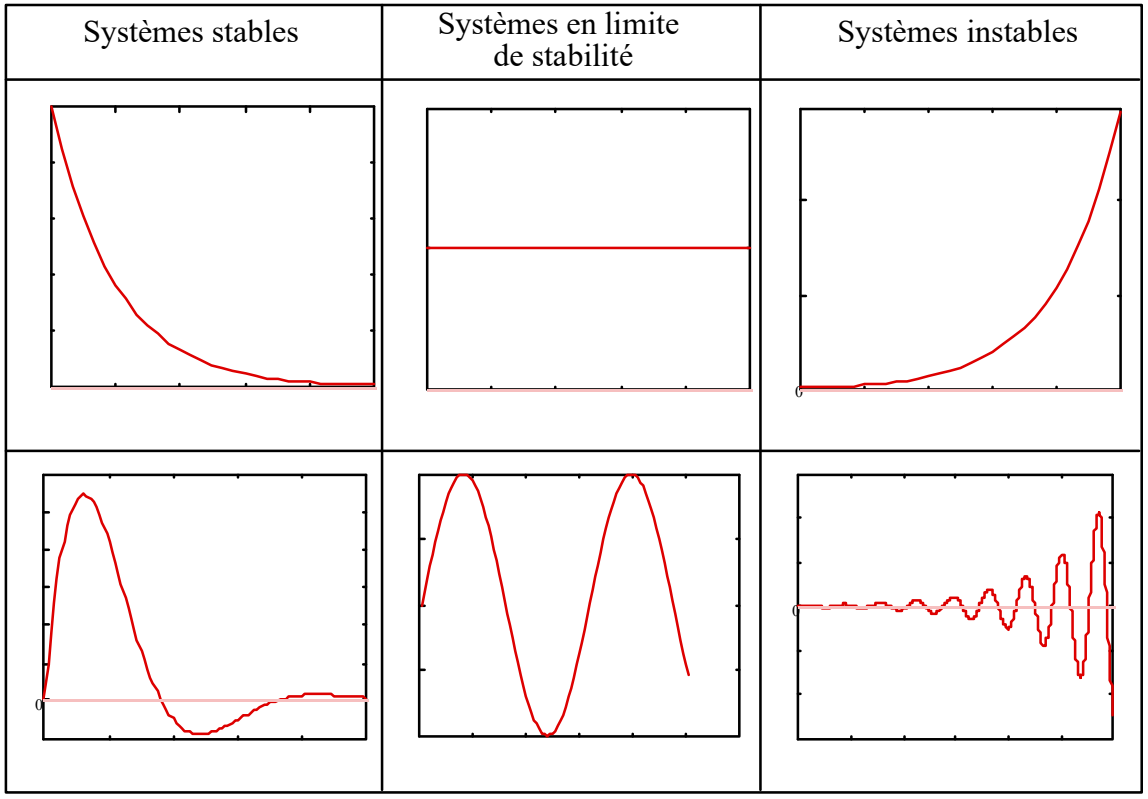


Compromis à rechercher entre :

- Stabilité
- Précision
- Rapidité

Stabilité d'un système

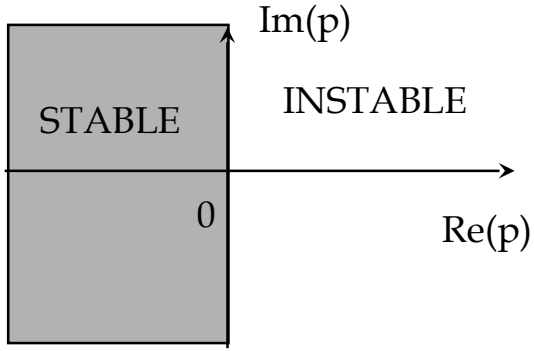
- Définition :
  - Un système est stable si sa réponse à une entrée bornée dans le temps est elle-même bornée dans le temps



Stabilité d'un système

- Si on connaît G(p) :
  - Le système est stable si tous ses pôles p_i : racine du dénominateur de G(p) sont à partie réelle négative

$$Re(p_i) < 0$$



Domaine continu

Exemple : $$F_{BF}(p) = \frac{p^2}{p^2 + p - 2} = \frac{p^2}{(p-1)(p+2)}$$

  - Si le calcul des pôles n'est pas évident : utiliser le critère de Routh (voir feuille)

Précision d'un système

- Définition :
  - Soit une boucle d'asservissement supposée stable. Celle-ci est précise si lors d'un changement de consigne, le signal d'écart entre la sortie et la consigne est nul en régime permanent.
  - La précision dépend du type de changement de consigne

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p\left(Y^*(p)-Y(p)\right)$$

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}pY^*(p)\left(1-\frac{C(p)G(p)}{1+C(p)G(p)}\right)$$

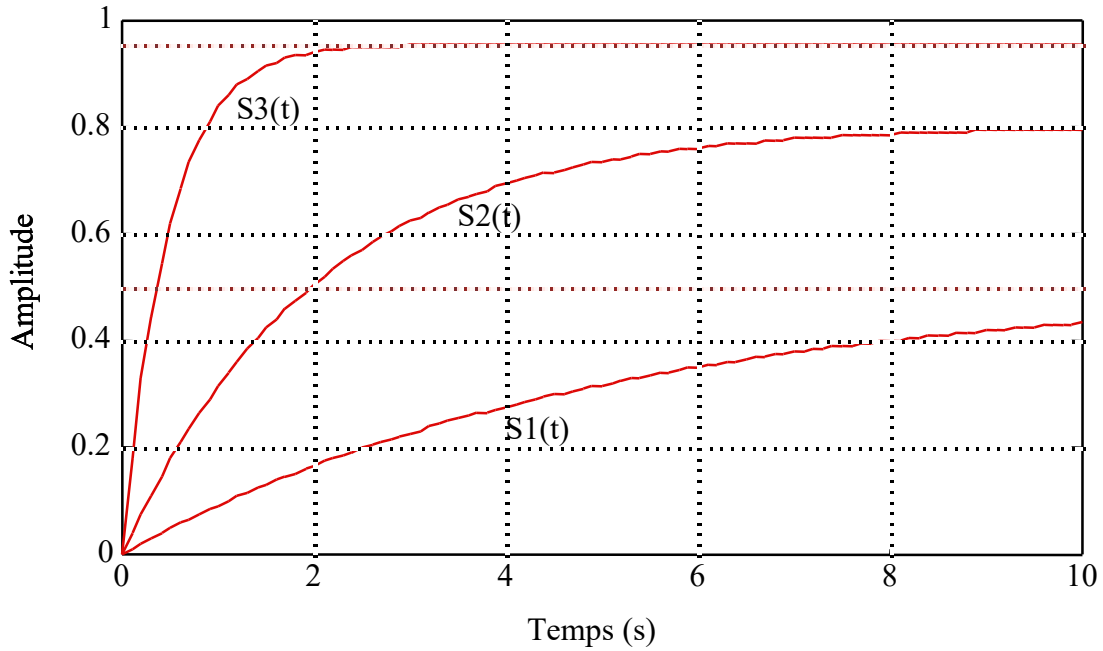
$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}pY^*(p)\left(1-F_{BF}(p)\right)$$

  - Méthode très rapide pour déterminer la précision d'un système bouclé vis à vis d'une variation de consigne en échelon $\Gamma(t)$:
    - On détermine la fonction de transfert en BF : $F_{BF}(p)$

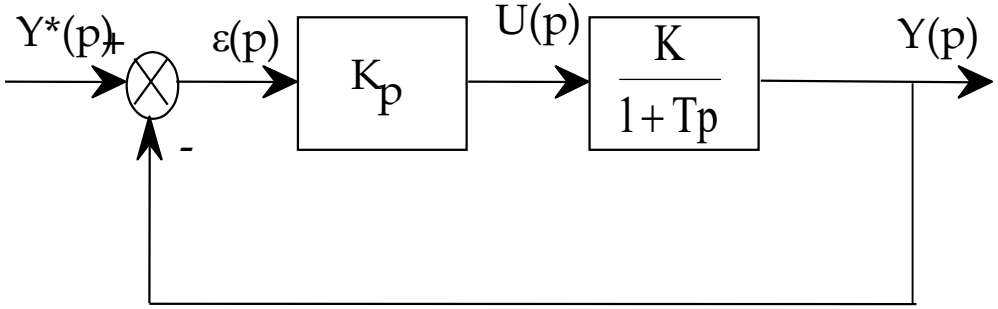
p=0, si $F_{BF}(0)=1$ alors le système est précis

Rapidité d'un système

- On caractérise la rapidité d'un système par son temps de réponse (temps mis par la réponse pour atteindre 95% de sa valeur finale) qui doit être suffisamment court.



Performances d'un système bouclé
Exemple



$$F_{BO}(p) = \frac{K_p K}{1 + Tp}$$

$$F_{BF}(p) = \frac{K_p K}{K_p K + 1 + Tp}$$

$$F_{BF}(p) = \frac{K_p K / (K_p K + 1)}{1 + \frac{T}{K_p K + 1} p}$$

- Stabilité : $p_1 = -(K_p K + 1)/T$
- Précision à un échelon :

  $F_{BF}(0) = K_p K / (K_p K + 1)$

-Rapidité

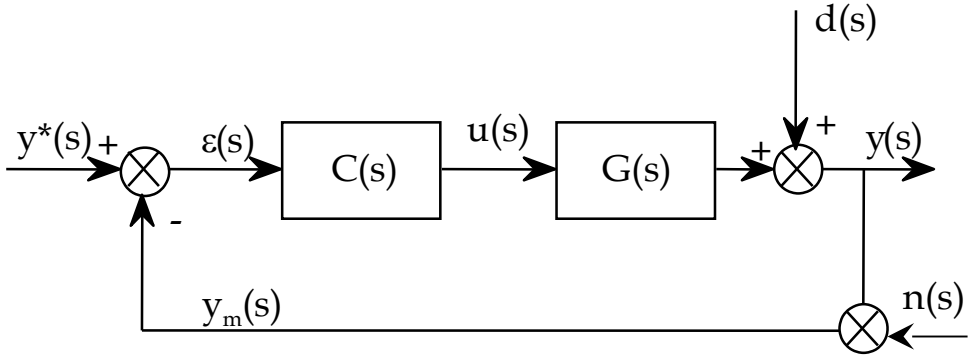
précis et rapide si K_p grand

Mais on perd en stabilité

=> Compromis !!

Réduction de schéma-blocs

Expressions complètes



- Hypothèses : retour unitaire H(s) = 1, d(s) ≠ 0, n(s) ≠ 0
- Calcul par principe de superposition (par exemple)

$$y(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}\left[y^*(s) - n(s)\right] + \frac{1}{1 + C(s)G(s)}d(s)$$

$$u(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}\left[y^*(s) - n(s) - d(s)\right]$$

$$\varepsilon_r(s) = y^*(s) - y(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)}\left[y^*(s) - d(s)\right] + \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}n(s)$$

Relations caractéristiques

$$y(s) = \underbrace{\frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}}_{T(s)}\left[y^*(s) - n(s)\right] + \underbrace{\frac{1}{1 + C(s)G(s)}}_{S(s)}d(s)$$

- Transfert de boucle — L = CG
- Différence de retour — F = 1 + L = 1 + CG
- Fonction de transfert en boucle fermée — T = CG/(1+CG)
- Fonction de sensibilité — S = 1/(1+CG) = 1/F
- Fonction de sensibilité complémentaire T car — T =1 - S

- Signal de sortie — y = T (y* - n) + S d
- Signal de commande — u = C S (y* - n - d)
- Erreur réelle (y* - y) et non (y* - y_m) — ε_r =S (y* - d) + T n

Fonctions de sensibilité

- Sensibilité aux erreurs de modèle (définie par Bode)
  - sensibilité relative de la FTBF $\Delta T/T$ à une erreur relative de modèle $\Delta G/G$

$$\frac{\partial T/T}{\partial G/G} = \frac{G}{T}\frac{\partial T}{\partial G} = \frac{G}{T}\frac{\partial}{\partial G}\left\{CG(1+CG)^{-1}\right\} = \frac{G}{T}\left\{C(1+CG)^{-1} - CGC(1+CG)^{-2}\right\}$$

$$= \frac{G}{T}\left\{\left((1+CG)^{-2}\right)C(1+CG) - CGC\right\} = \frac{GC}{T}(1+CG)^{-2} = \frac{GC(1+CG)^{-2}}{CG(1+CG)^{-1}}$$

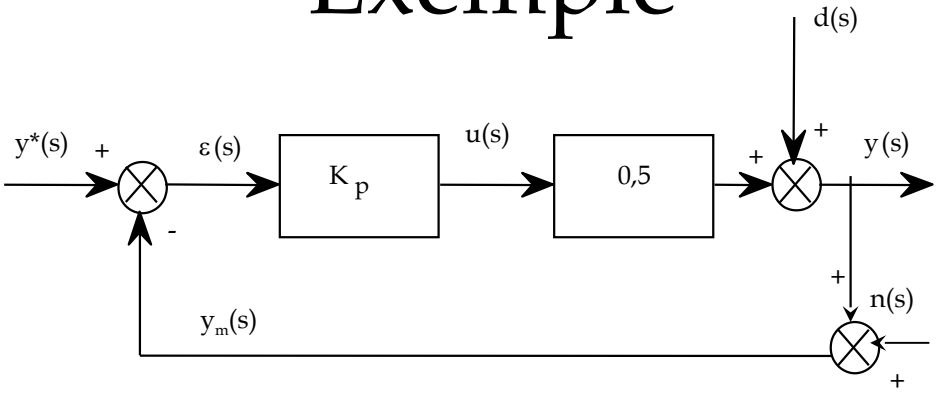
- S représente également la sensibilité aux perturbations d
- S et T renseignent sur les performances de la loi de commande (précision, rejet des perturbations, immunité aux bruits, immunité aux erreurs de modèle) et sont donc utilisées pour synthétiser les lois de commande

$$= \frac{1}{1+CG} = S$$

Synthèse de lois de commande

- Rappel : y = T (y* - n) + S d
- Minimisation de l'écart
  - T doit être proche de 1 (O db) (en réglant C)
- Rejet des perturbations
  - S doit être petit (donc T proche de 1 car S + T = 1)
- Minimiser la sensibilité aux erreurs de modèle
  - S doit être petit
- Filtrage du bruit
  - T doit être proche de 0 !!!! (donc S proche de 1)
- Compromis
  - S petit en basse fréquence et T petit en haute fréquence

Exemple



$$y(s) = \frac{0{,}5K_p}{1+0{,}5K_p}\left[y^*(s) - n(s)\right] + \frac{1}{1+0{,}5K_p}d(s)$$

$$y(t) = \frac{0{,}5K_p}{1+0{,}5K_p}\left[y^*(s) - n(s)\right] + \frac{1}{1+0{,}5K_p}d(t)$$

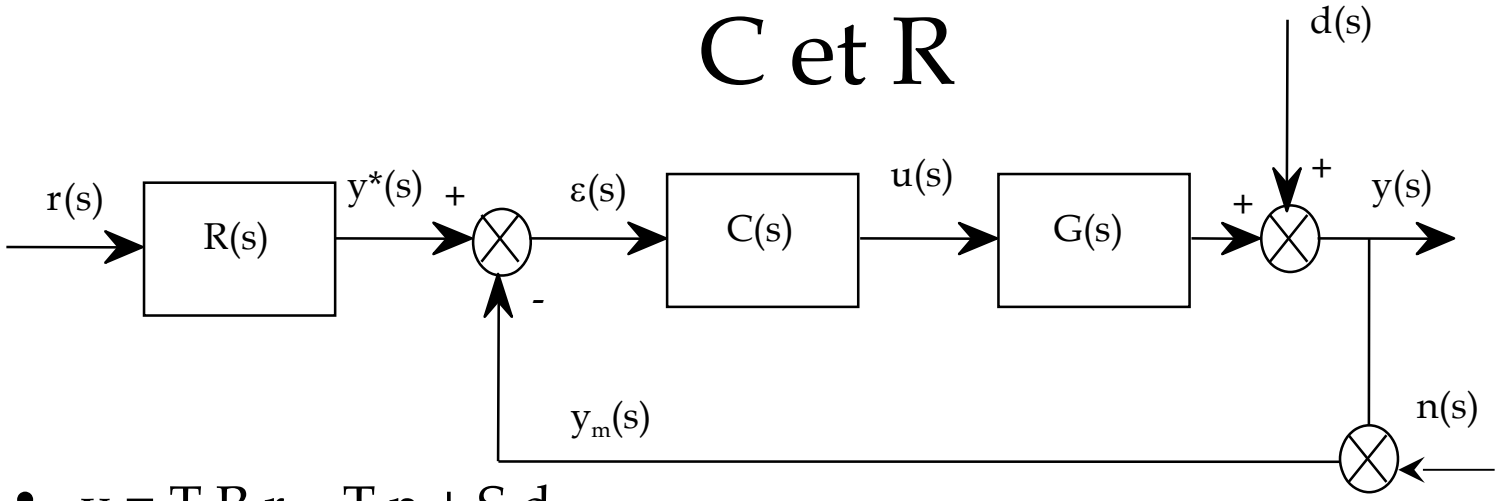
- Solution pour n = 0

  $K_p \to \infty$

  $y \to y^* \quad \forall$ le gain de G

- Problèmes :
  - saturation de u
  - instabilité selon nature de G
  - présence de bruit

Régulateur à 2 degrés de liberté C et R



- y = T R r - T n + S d
- C permet de répondre aux exigences sur S et T
- R permet en plus de :
  - compenser un gain statique non unitaire de T
  - améliorer la rapidité ou éliminer un dépassement en compensant des pôles ou zéros de T
  - éviter de brutaliser les actionneurs en adoucissant les variations de la consigne

Commande en boucle fermée

- Différents objectifs attendus :
  - obtenir des réponses précises et rapides sans brutaliser les actionneurs
  - maintenir ou obtenir la stabilité
  - rejeter les perturbations non mesurées
  - éviter de transmettre les bruits de capteurs aux actionneurs, et par voie de conséquence aux sorties
  - concevoir des commandes simples à mettre en oeuvre
  - tenir compte des incertitudes omniprésentes :
    - modèle du processus à commander
    - caractéristiques des bruits et perturbations.
- Objectifs multiples (antagonistes) $\Rightarrow$ compromis
  - exemple : rapidité et stabilité